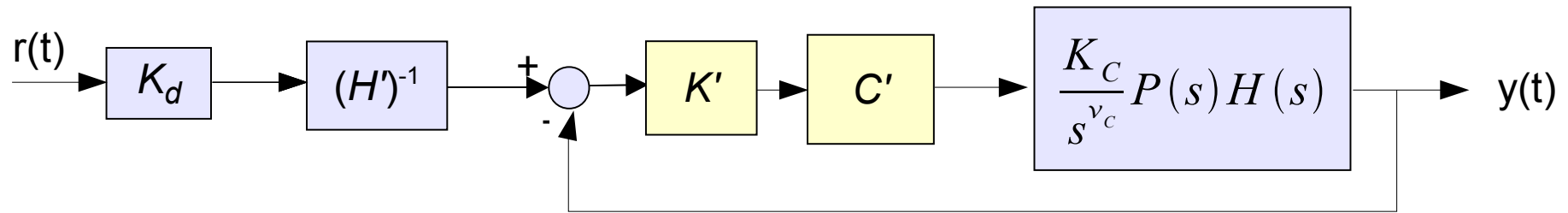


Sintesi per tentativi in frequenza

- Schema di riferimento e specifiche a ciclo aperto
- Criteri generali per la sintesi
- Utilizzo dei diagrammi universali
- Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica delle specifiche a ciclo chiuso
- Esempio

Schema di riferimento e specifiche a ciclo aperto



Il blocco K' può assumere valori inferiori a 1 solo e soltanto se la presenza di un adeguato numero di poli nell'origine nel controllore e/o nel processo garantisce il rispetto delle specifiche sul comportamento a regime a prescindere dal valore del guadagno

$$B_3 \approx \bar{B}_3$$

$$s \leq \bar{s}$$

$$M_r \leq \bar{M}_r$$

$$t_s \leq \bar{t}_s$$

$$t_s \leq \bar{t}_s \Leftrightarrow B_3 \geq \bar{B}_3$$

$$t_a \leq \bar{t}_a$$

$$t_{a_{\varepsilon^o/o}} \leq \bar{t}_a \Leftrightarrow B_3 \geq \bar{B}_3$$

$$B_3 \approx \bar{B}_3 \Rightarrow \omega_t \approx \bar{\omega}_t$$

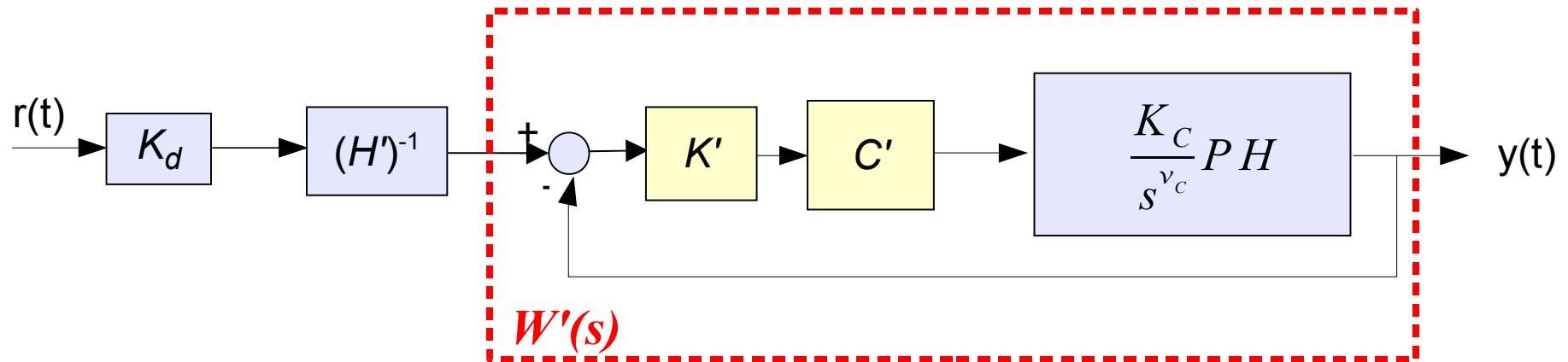
$$s^o/o \leq \bar{s} \Rightarrow m_\varphi \geq \bar{m}_\varphi$$

$$M_r \leq \bar{M}_r$$

$$t_s \leq \bar{t}_s \Rightarrow \omega_t \geq \bar{\omega}_t$$

$$t_{a_{\varepsilon^o/o}} \leq \bar{t}_a \Rightarrow \begin{matrix} m_\varphi \geq \bar{m}_\varphi \\ \omega_t \geq \bar{\omega}_t \end{matrix}$$

Schema di riferimento e specifiche a ciclo aperto



$$W'(s) = \frac{F'(s)}{1 + F'(s)} = \frac{N_{F'}(s)}{D_{F'}(s) + K' N_{F'}(s)}$$

$$F'(s) = K' C'(s) \frac{K_C}{s^{v_c}} P(s) H(s)$$

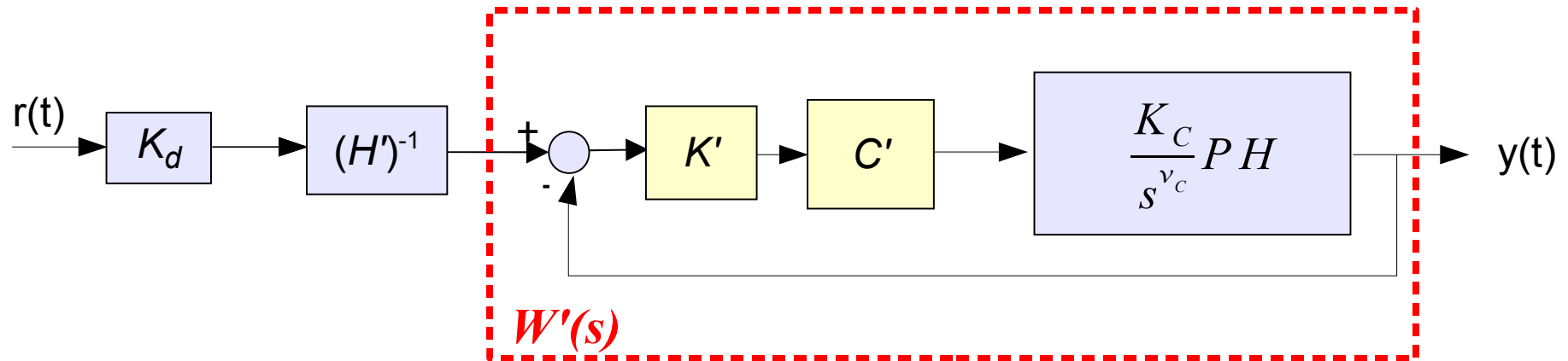
La banda passante ed il rapporto tra modulo alla risonanza e a frequenza zero della W' sono uguali a quelli della W

$$W(j\omega) = W'(j\omega) K_d$$

$$M_r[W] = M_r[W'] K_d$$

$$|W'(j\omega_r)|_{db} = |W(j\omega_r)|_{db} - K_d \text{ dB}$$

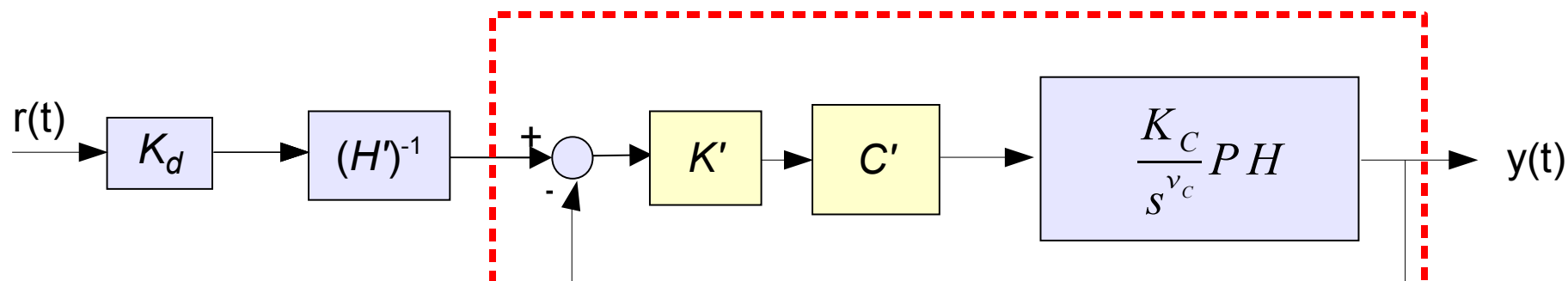
Schema di riferimento e specifiche a ciclo aperto



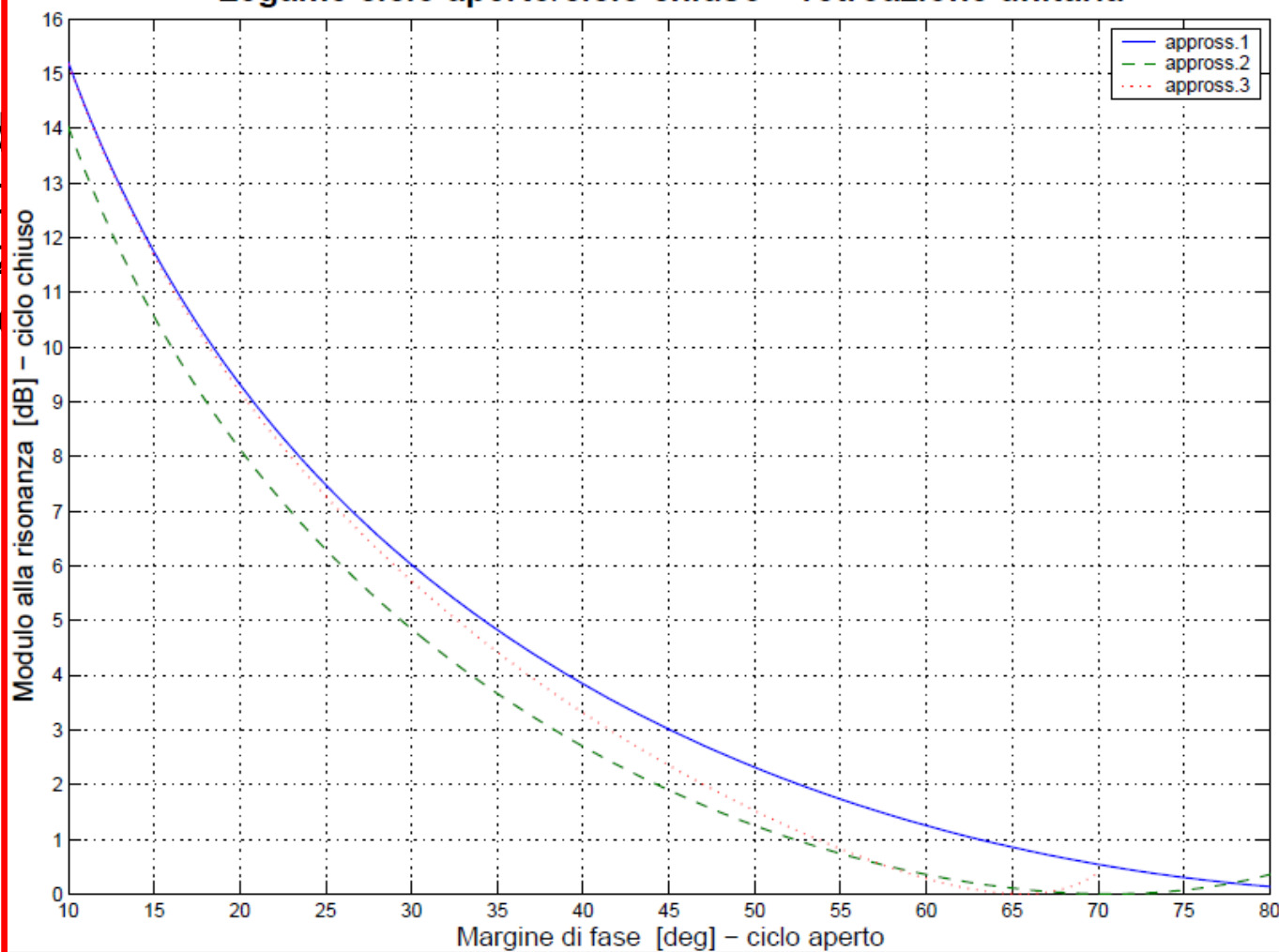
Utilizzando le relazioni tra modulo alla risonanza, smorzamento e margine di fase si possono definire delle curve con riferimento al sistema a retroazione unitaria che permettono di non dover valutare lo smorzamento minimo, necessario per utilizzare la relazione approssimata

$$m_{\varphi \text{ deg}} \approx 100 \xi$$

Schema di riferimento e specifiche a ciclo aperto



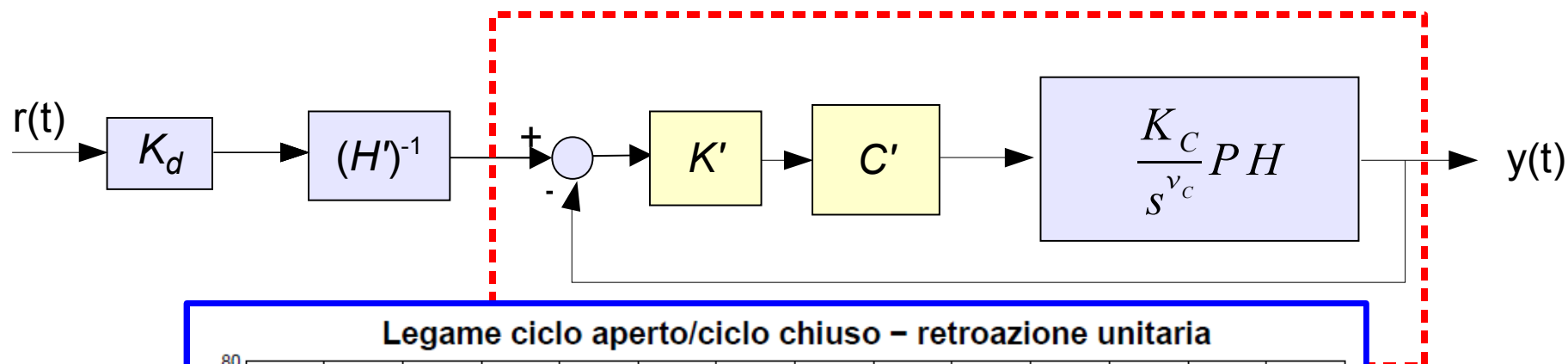
Legame ciclo aperto/ciclo chiuso – retroazione unitaria



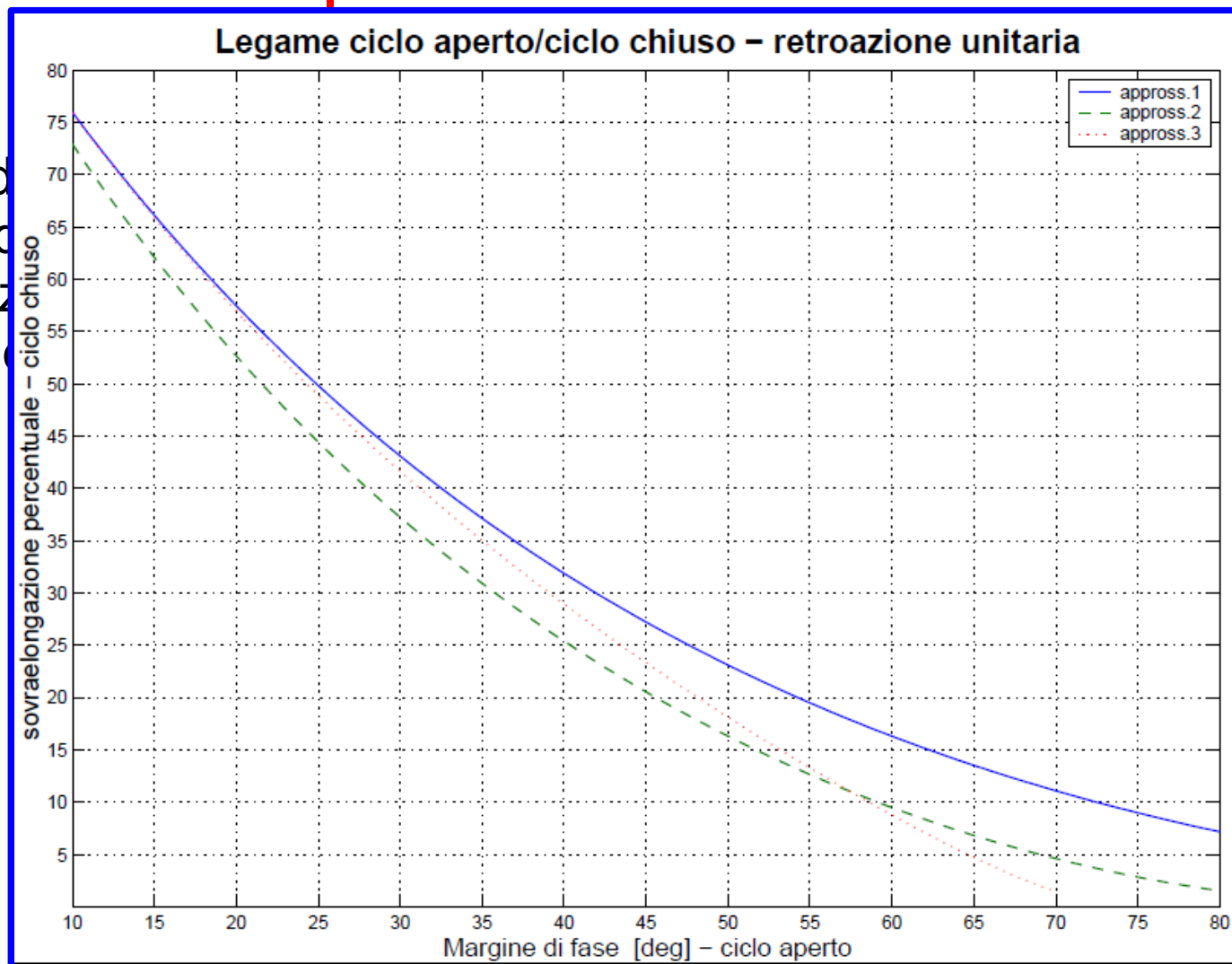
Utilizzando
il margine di
fase a retroazione
unitaria per
specificare lo
smorzamento

zamento e
al sistema
valutare lo
prossimata

Schema di riferimento e specifiche a ciclo aperto

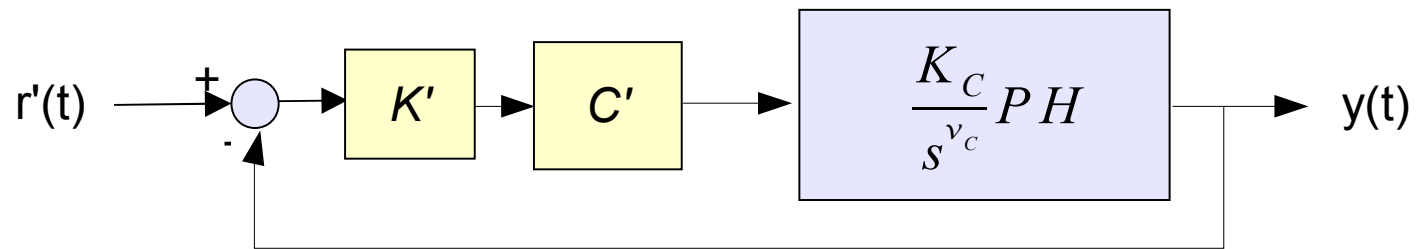


Utilizzando
margine di
a retroaz
smorzam



zamento e
al sistema
valutare lo
prossimata

Criteri generali per la sintesi



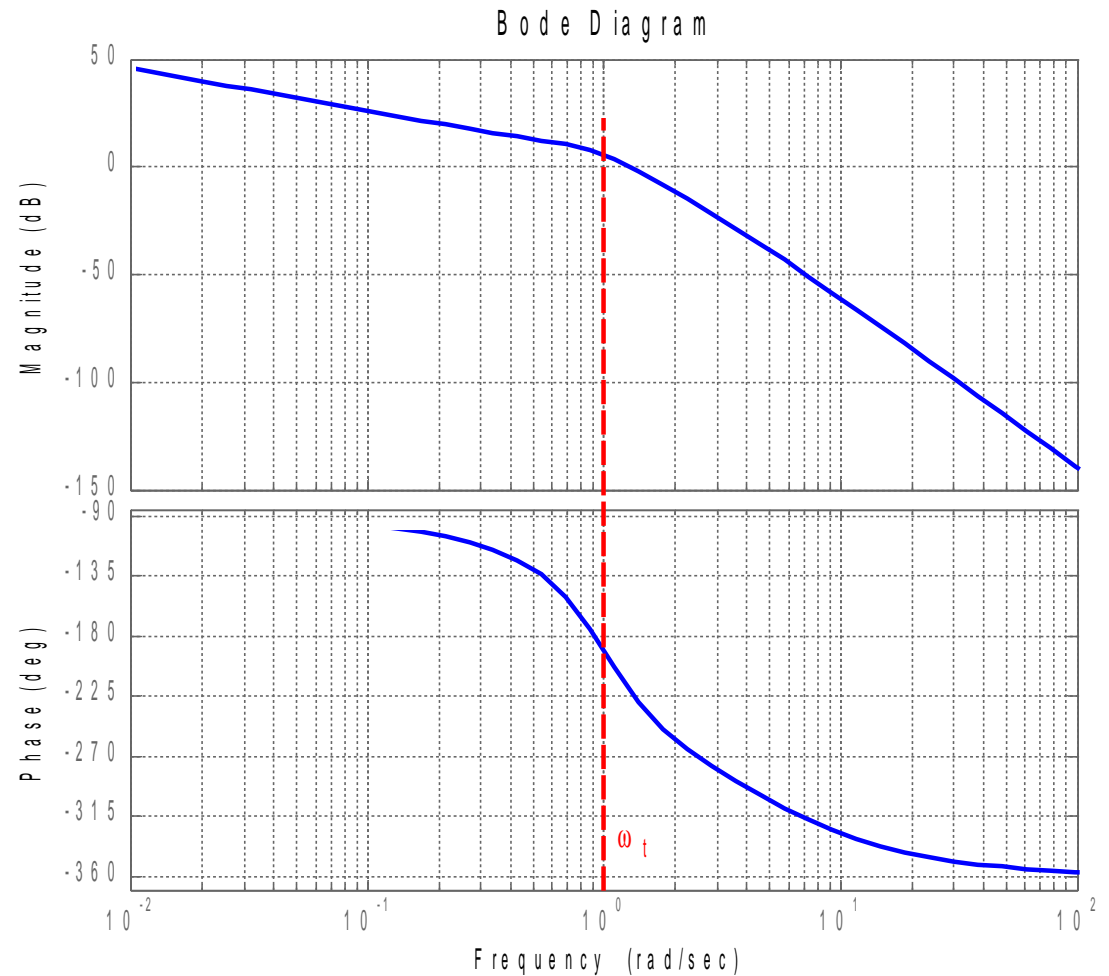
Evidenziare la pulsazione di attraversamento desiderata

$$H=0,5$$

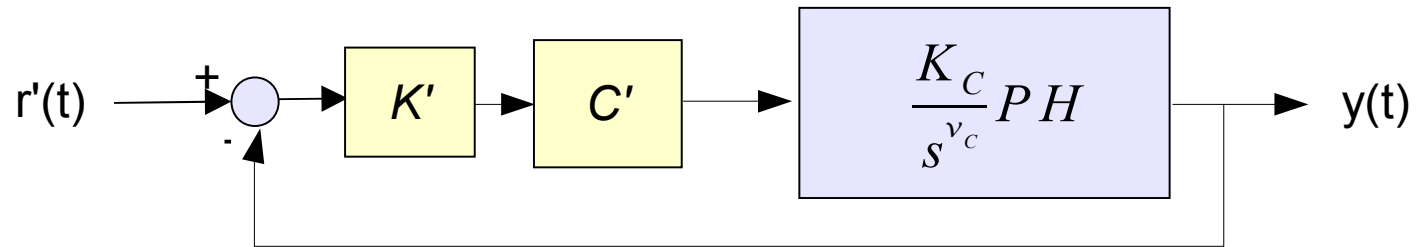
$$K_C=4$$

$$v_C=1$$

$$P(s) = \frac{1}{0.2s^4 + 1.2s^3 + 1.2s^2 + s}$$



Criteri generali per la sintesi



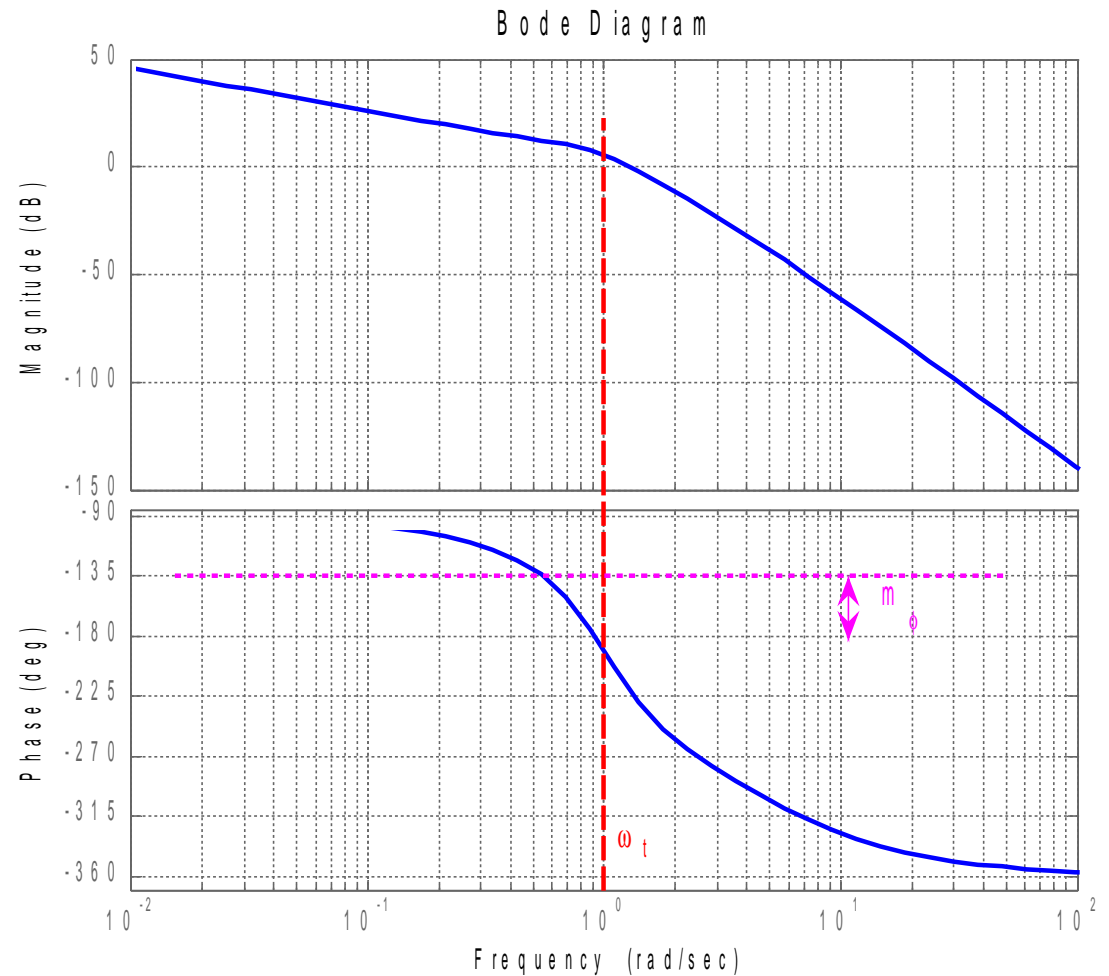
Evidenziare il margine di fase desiderato

$$H=0,5$$

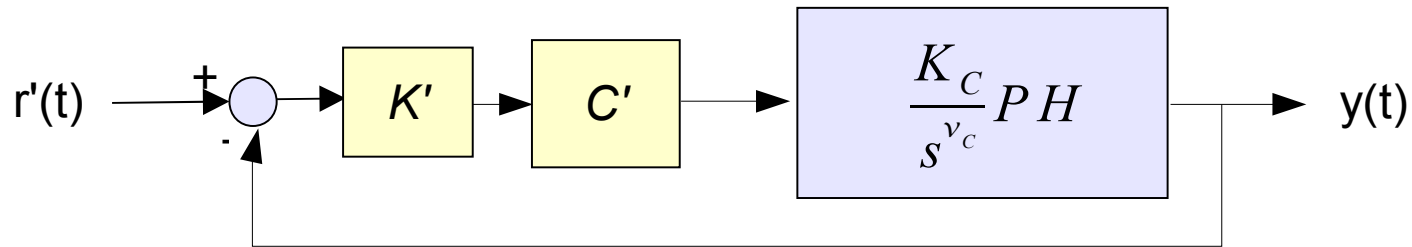
$$K_C=4$$

$$v_C=1$$

$$P(s) = \frac{1}{0.2s^4 + 1.2s^3 + 1.2s^2 + s}$$



Criteri generali per la sintesi



Valutare la variazione di modulo e fase in corrispondenza della pulsazione di attraversamento desiderata

$$H=0,5$$

$$K_C=4$$

$$v_c=1$$

$$F'(s) = \frac{2}{0.2s^4 + 1.2s^3 + 1.2s^2 + s}$$

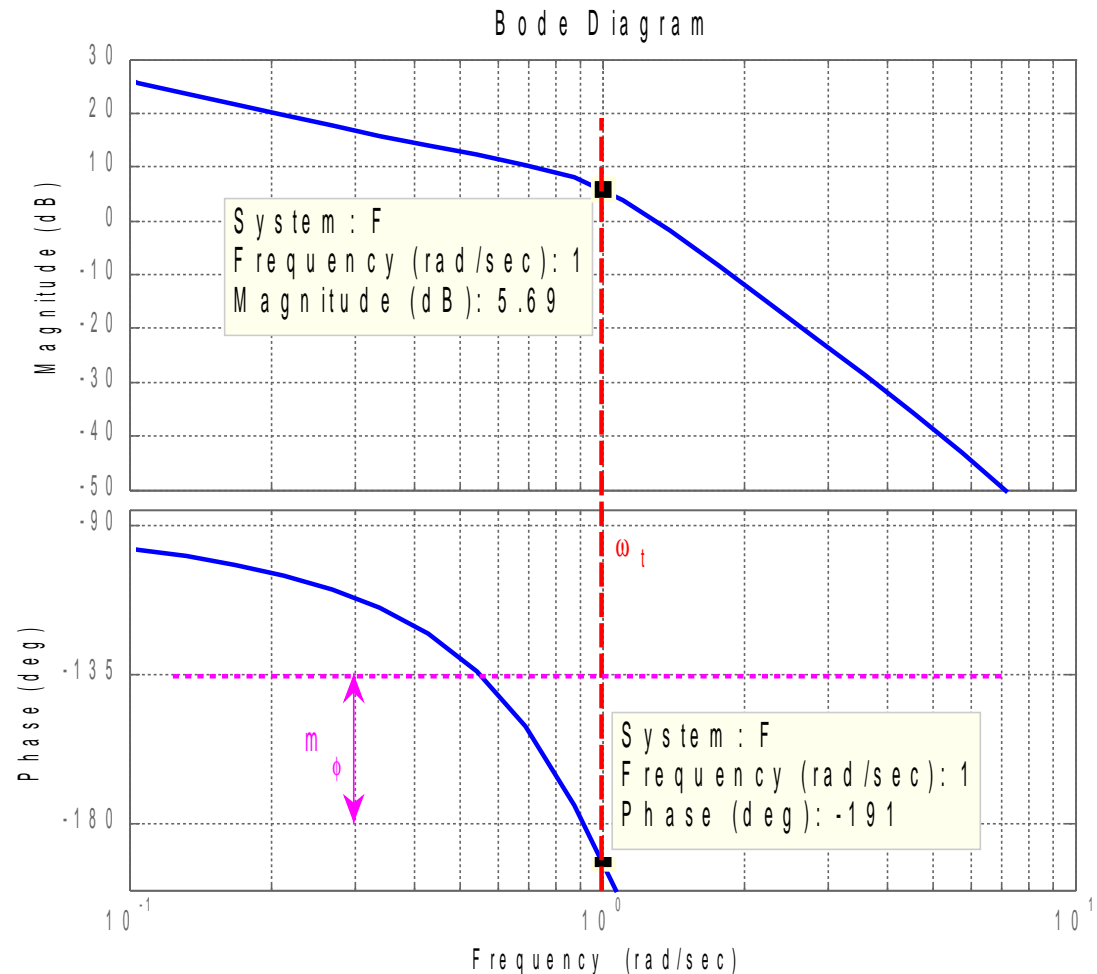
$$\Delta M_{dB} = -|F'(j\bar{\omega}_t)|_{dB}$$

$$\Delta \varphi_{deg} = \bar{m}_\varphi - [\arg\{F'(j\bar{\omega}_t)\} + \pi]_{deg}$$

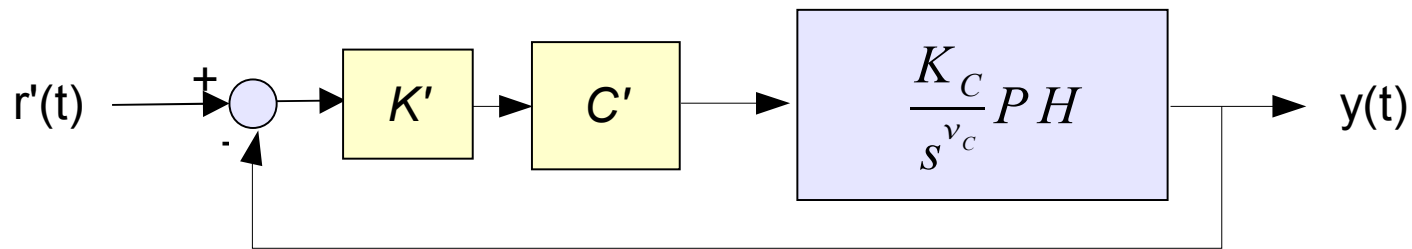


$$\Delta M_{dB} = -5,69 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi_{deg} = +55 \text{ deg}$$



Criteri generali per la sintesi



Definire la funzione di trasferimento $C'(j\omega)$, ed eventualmente anche il valore del guadagno K' , tale che

$$H = 0,5$$

$$K_C = 4$$

$$v_c = 1$$

$$F'(s) = \frac{2}{0.2s^4 + 1.2s^3 + 1.2s^2 + s}$$

$$\Delta M_{dB} = -|F'(j\bar{\omega}_t)|_{dB}$$

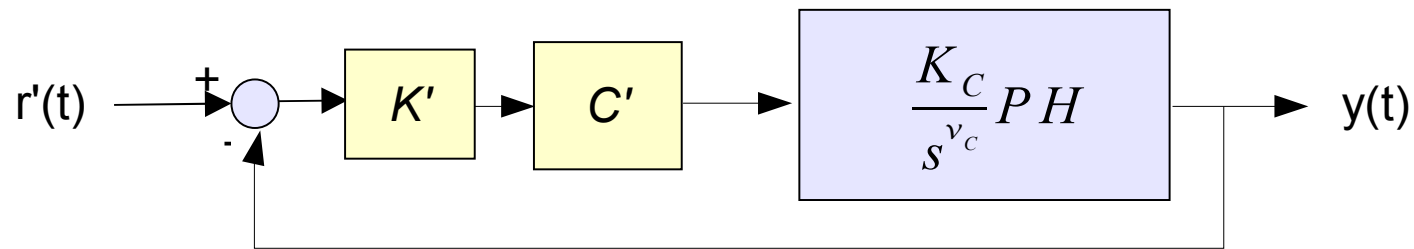
$$\Delta \varphi_{deg} = \bar{m}_\varphi - \left[\arg \{ F'(j\bar{\omega}_t) \} + \pi \right]_{deg}$$

$$\Delta M_{dB} = -5,69 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi_{deg} = +55 \text{ deg}$$

$$\begin{aligned} |K' C'(j\bar{\omega}_t)|_{dB} &= \Delta M_{db} \\ \arg \{ K' C'(j\bar{\omega}_t) \}_{deg} &= \Delta \varphi_{deg} \end{aligned}$$

Criteri generali per la sintesi



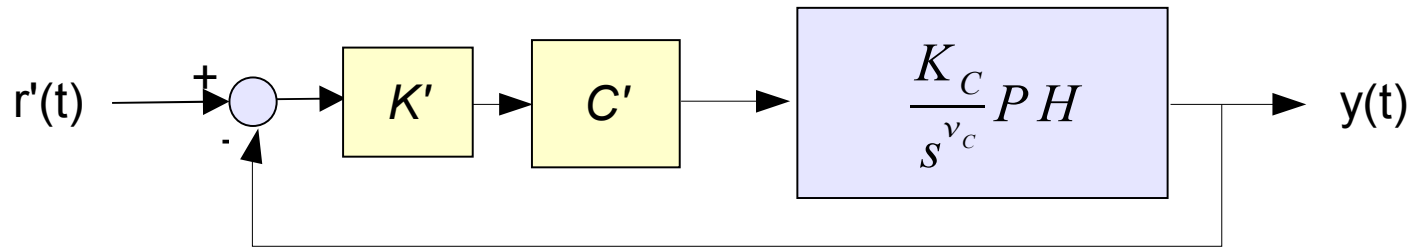
$$\Delta M_{dB} < 0$$

È necessario introdurre una **attenuazione** dei moduli:

- La funzione di trasferimento $C'(j\omega)$ deve contenere dei poli a frequenza inferiore di quella di attraversamento desiderata.
- Solo se il guadagno K' può assumere valori inferiori a 1 (negativi in dB) è possibile agire su tale parametro e non inserire poli.

Per compensare la riduzione di fase dovuta ai poli introdotti è (può essere) necessario introdurre degli zeri a frequenza superiore

Criteri generali per la sintesi



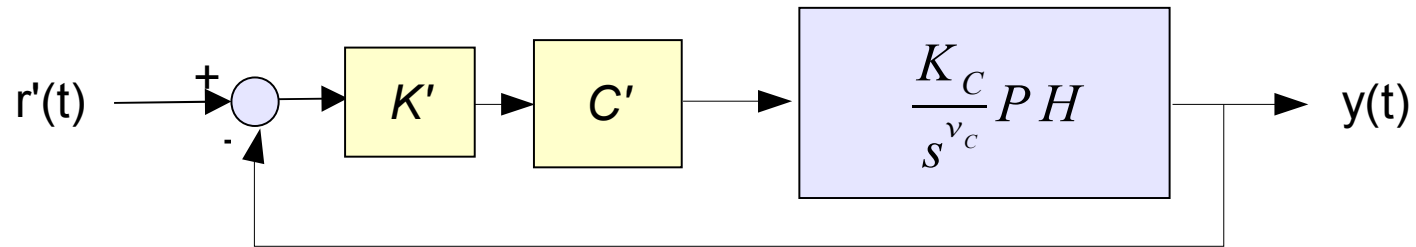
$$\Delta M_{dB} > 0$$

È necessario introdurre una **amplificazione** dei moduli:

- La funzione di trasferimento $C'(j\omega)$ deve contenere degli zeri a frequenza inferiore di quella di attraversamento desiderata.
- È possibile incrementare K' e non inserire zeri.

Per rendere causale il controllore è (può essere) necessario introdurre dei poli a frequenza superiore

Criteri generali per la sintesi



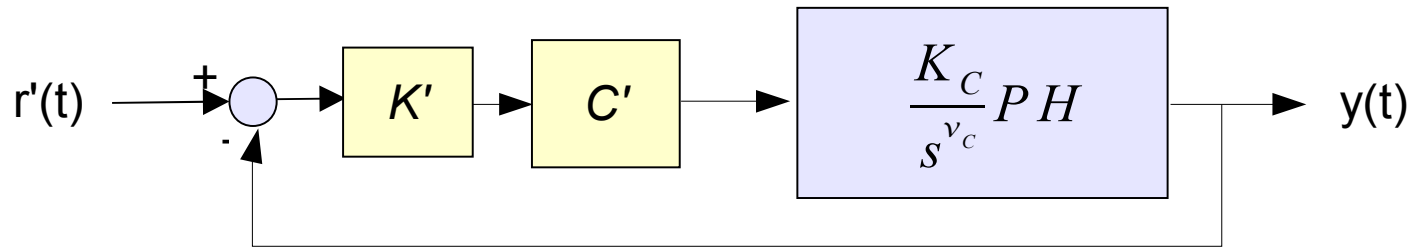
$$\Delta \varphi_{deg} < 0$$

È necessario introdurre un **ritardo** di fase:

- La funzione di trasferimento $C'(j\omega)$ deve contenere dei **poli** a frequenza inferiore di quella di attraversamento desiderata.
- K' non ha influenza sulla fase.

Solitamente la riduzione del margine di fase viene richiesto solo se questo è troppo elevato ($> 60 - 70 \text{ deg}$) al fine di ridurre il tempo di salita

Criteri generali per la sintesi



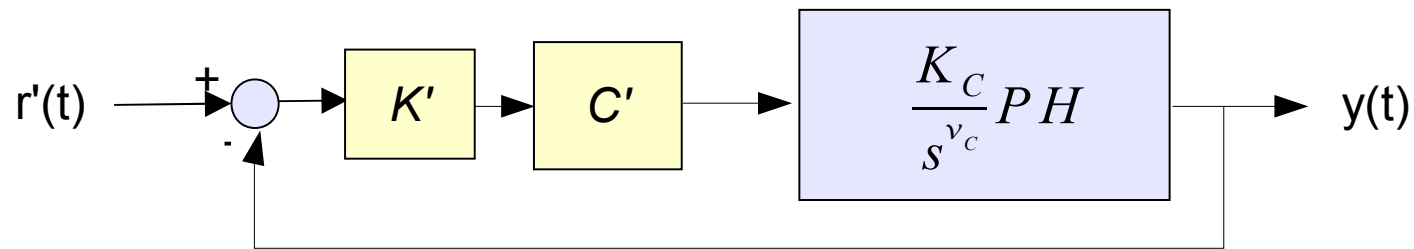
$$\Delta \varphi_{deg} > 0$$

È necessario introdurre un **anticipo** della fase:

- La funzione di trasferimento $C'(j\omega)$ deve contenere degli zeri a frequenza prossima a quella di attraversamento desiderata.
- K' non ha influenza sulla fase.

Per rendere causale il controllore è (può essere) necessario introdurre dei poli a frequenza superiore

Criteri generali per la sintesi



In generale è necessario tener conto che:

- Ridurre la pulsazione di attraversamento provoca un incremento del del margine di fase.
- Incrementare la pulsazione di attraversamento provoca una riduzione del del margine di fase.
- Al fine di evitare sistemi a stabilità condizionata, o comunque funzioni di trasferimento a ciclo chiuso con andamento non regolare del modulo, è opportuno fare in modo che

$$\arg \{F'(j\omega)\} > -\pi; \quad \forall \omega < \omega_t$$

Utilizzo dei diagrammi universali

Per la progettazione del compensatore $C'(j\omega)$ è possibile utilizzare i diagrammi universali, rappresentativi della rete zero-polo con pulsazione normalizzata

$$G_{ant} = \frac{1 + j u}{1 + j \frac{u}{m}}; \quad m > 1$$

La pulsazione viene solitamente normalizzata rispetto la pulsazione di attraversamento desiderata

$$u = \tau \bar{\omega}_t$$

La rete polo-zero è ottenibile mediante cambiamento dei segni di modulo e fase nel diagramma universale

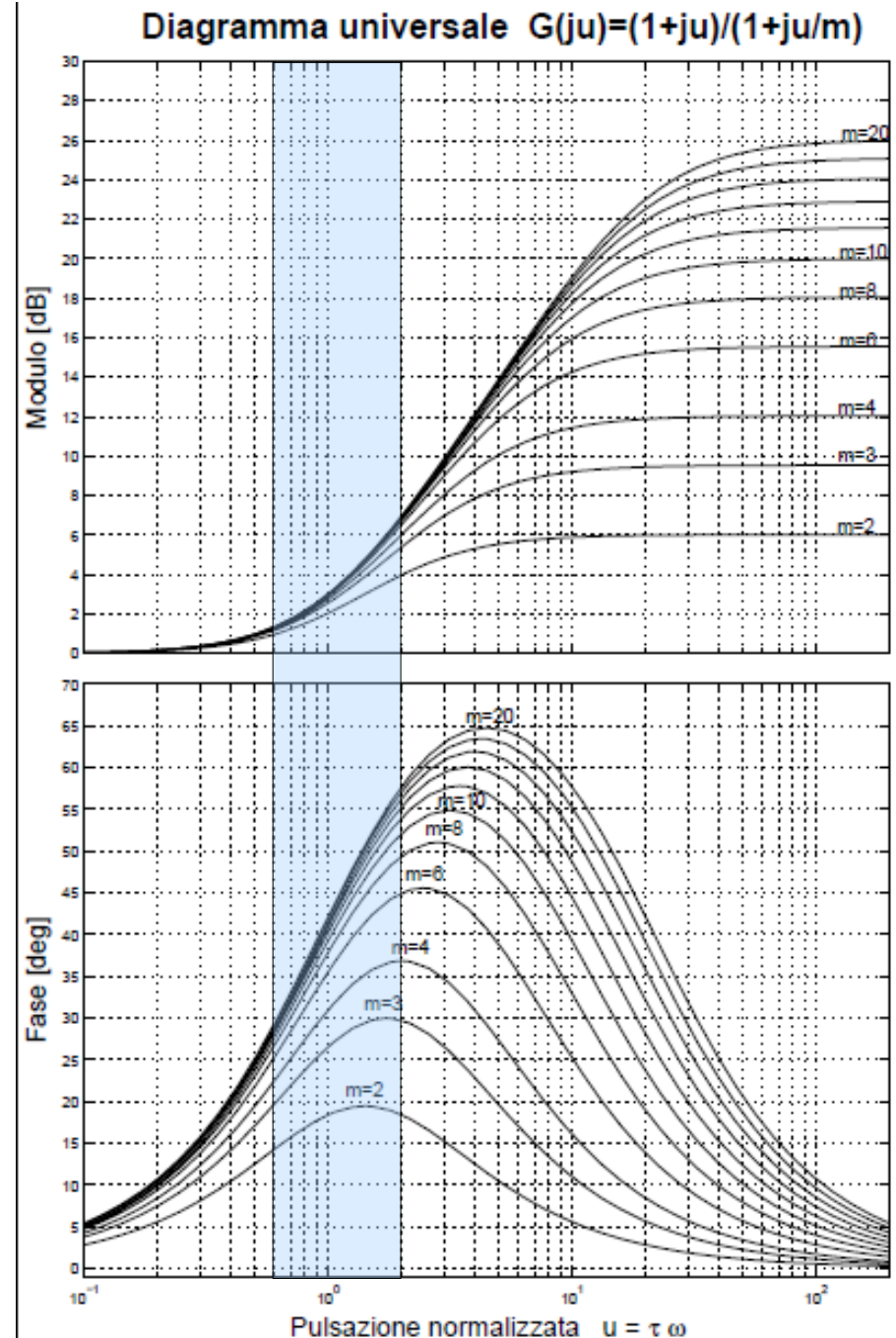
$$G_{att} = \frac{1 + j \frac{u}{m}}{1 + j u}; \quad m > 1$$

Utilizzo dei diagrammi universali

Per aver un buon incremento di fase senza spostare significativamente la pulsazione di attraversamento è opportuno scegliere un valore della pulsazione normalizzata prossimo alla unità

$$u = \tau \bar{\omega}_t \approx 1$$

La rete zero-polo è posizionata con lo zero vicino alla pulsazione di attraversamento desiderata



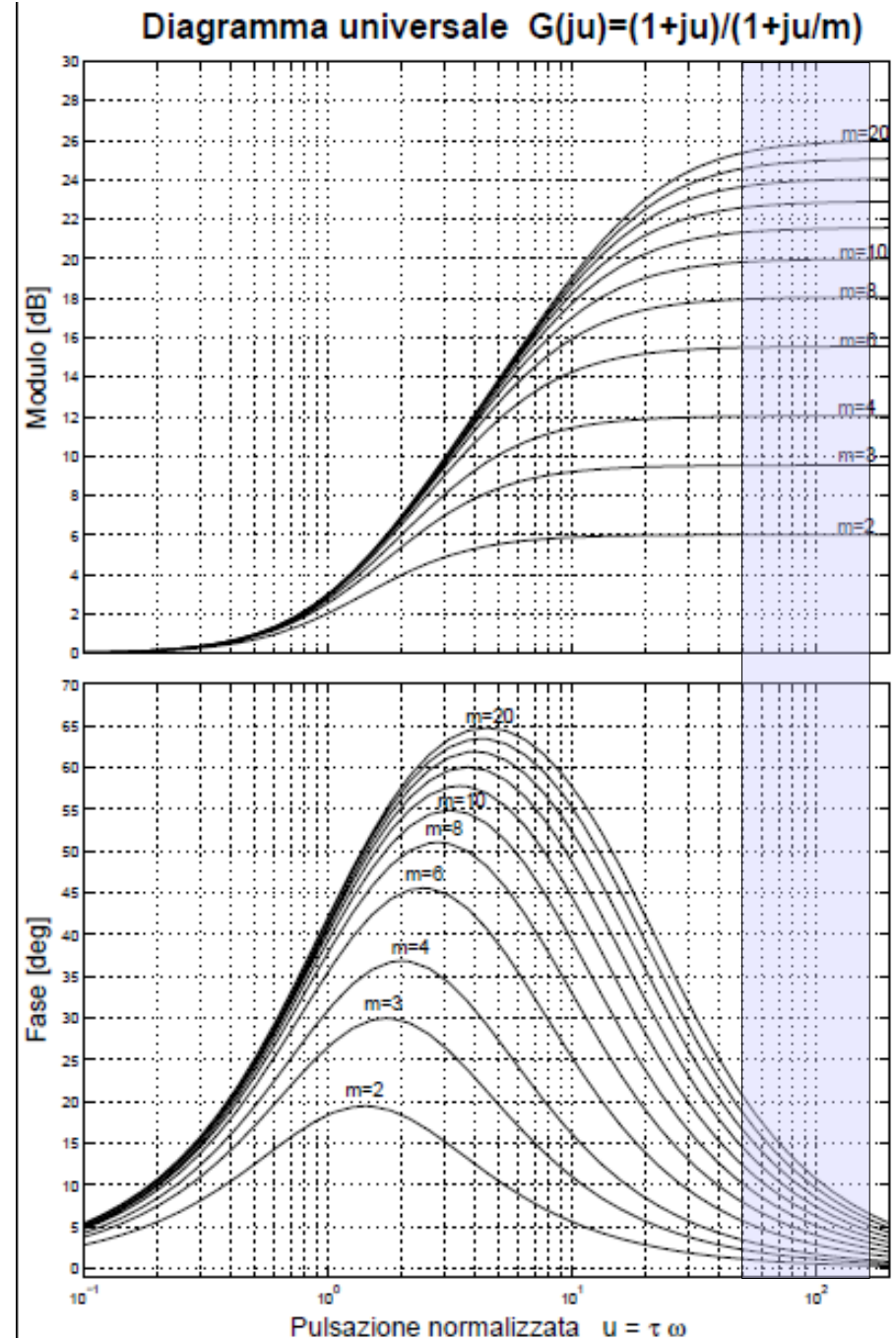
Utilizzo dei diagrammi universali

Per aver una buona riduzione dei moduli senza modificare significativamente la fase alla pulsazione di attraversamento è opportuno scegliere un valore della pulsazione normalizzata alto

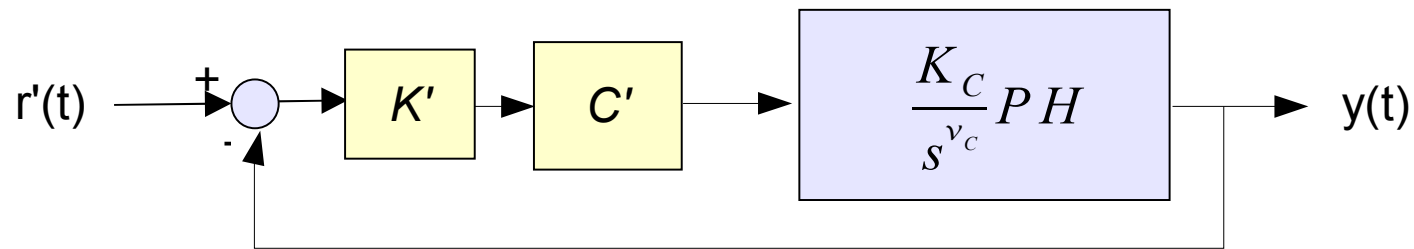
$$u = \tau \bar{\omega}_t \approx 10m$$

Lo zero della rete è una decade a sinistra della ω_t desiderata.

La rete polo-zero è posizionata con in bassa frequenza rispetto la pulsazione di attraversamento desiderata.



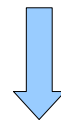
Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica



I legami tra specifiche a ciclo chiuso e ciclo aperto sono basati su relazioni approssimate e sotto l'ulteriore ipotesi di sistema a modo dominante

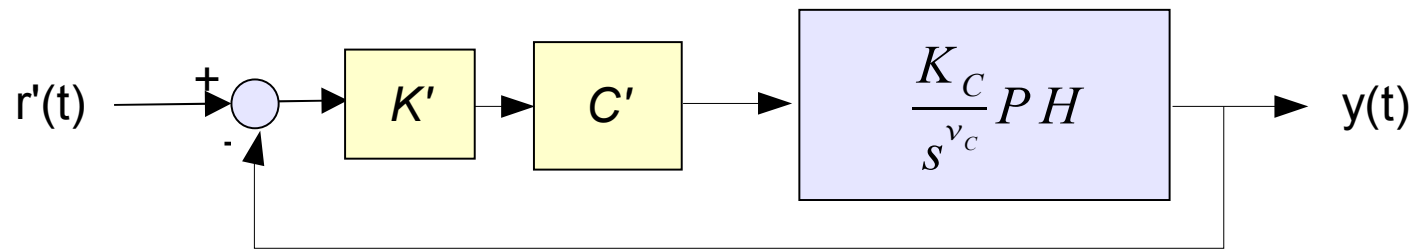


Il rispetto delle specifiche sulla funzione di trasferimento a ciclo aperto non garantisce il soddisfacimento delle specifiche sul comportamento del sistema a ciclo chiuso durante il transitorio

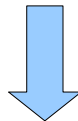


È necessario procedere alla verifica delle specifiche a ciclo chiuso

Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica

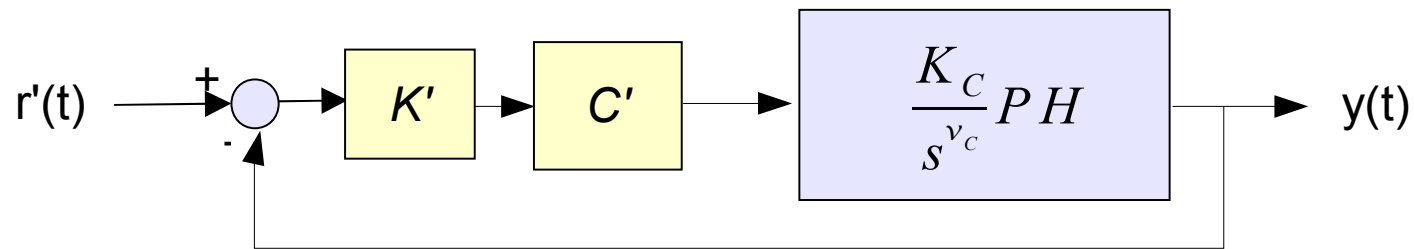


Se la funzione di trasferimento del processo non è nota in forma analitica, ma è noto solo il suo diagramma di risposta armonica



È necessario procedere alla verifica delle specifiche a ciclo chiuso mediante procedure grafiche

Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica



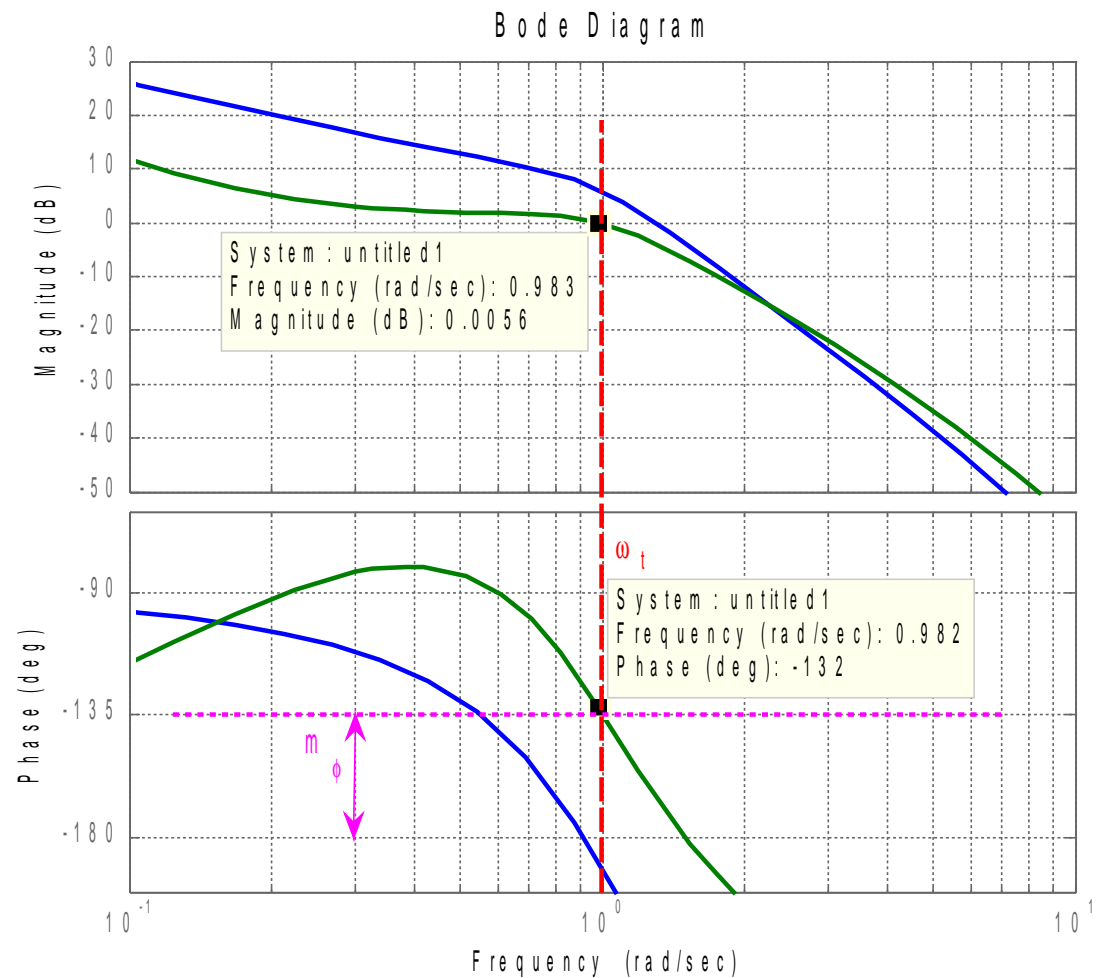
$$H=0,5$$

$$K_C=4$$

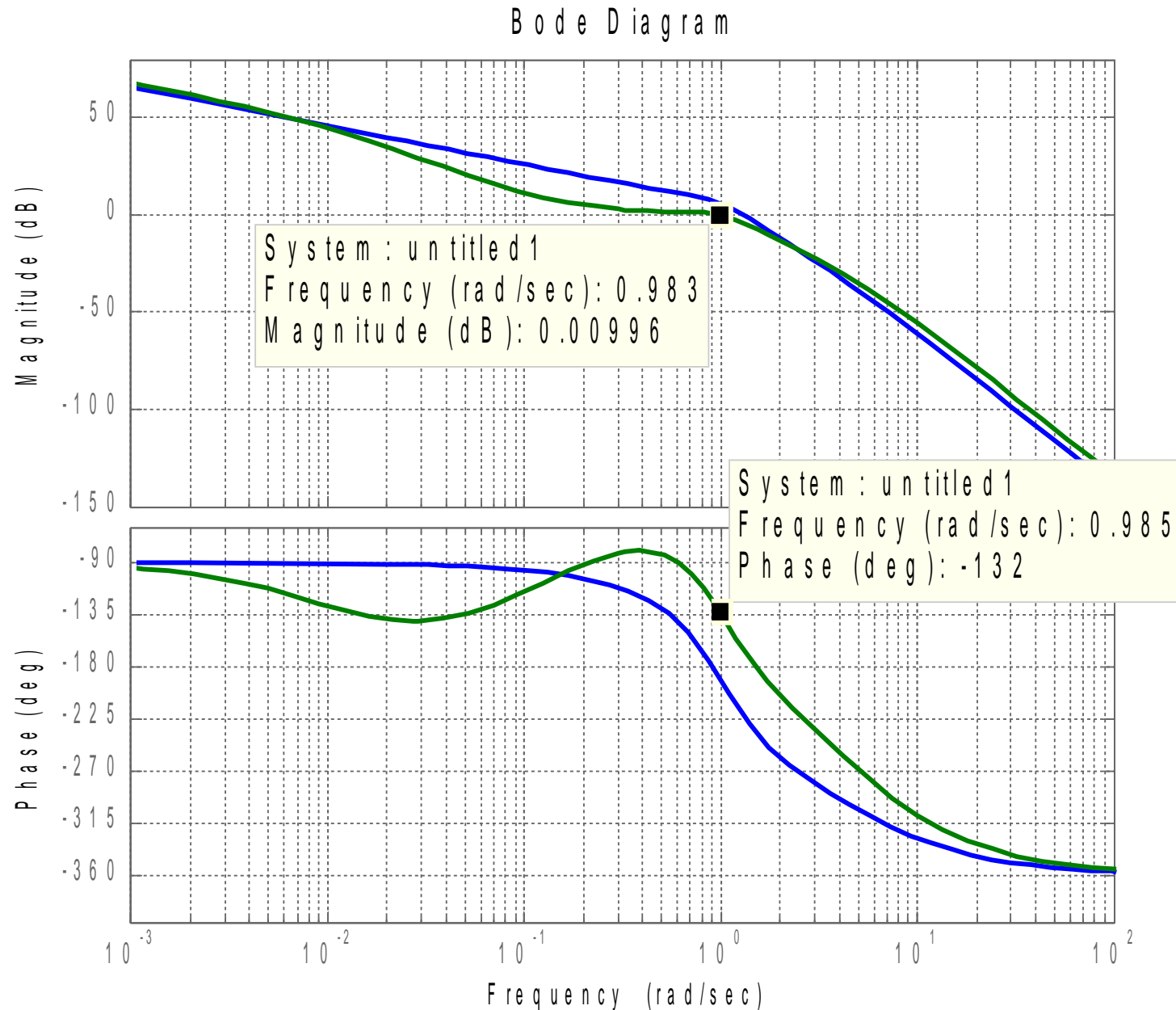
$$v_C=1$$

$$F'(s) = \frac{2}{0.2s^4 + 1.2s^3 + 1.2s^2 + s}$$

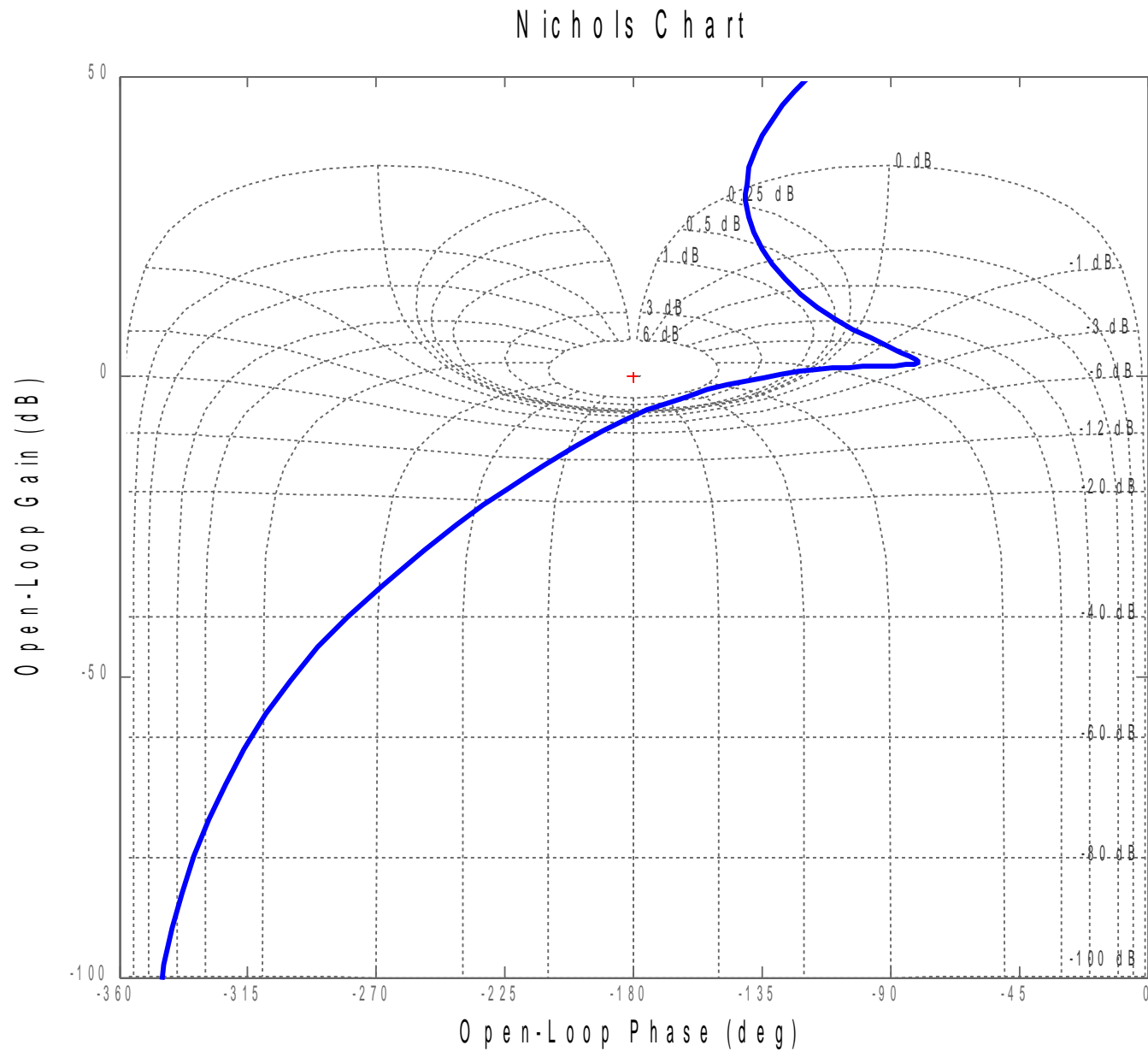
$$C'(s) = \frac{K' = 1,25}{100s + 1} \frac{4s + 1}{0,25s + 1}$$



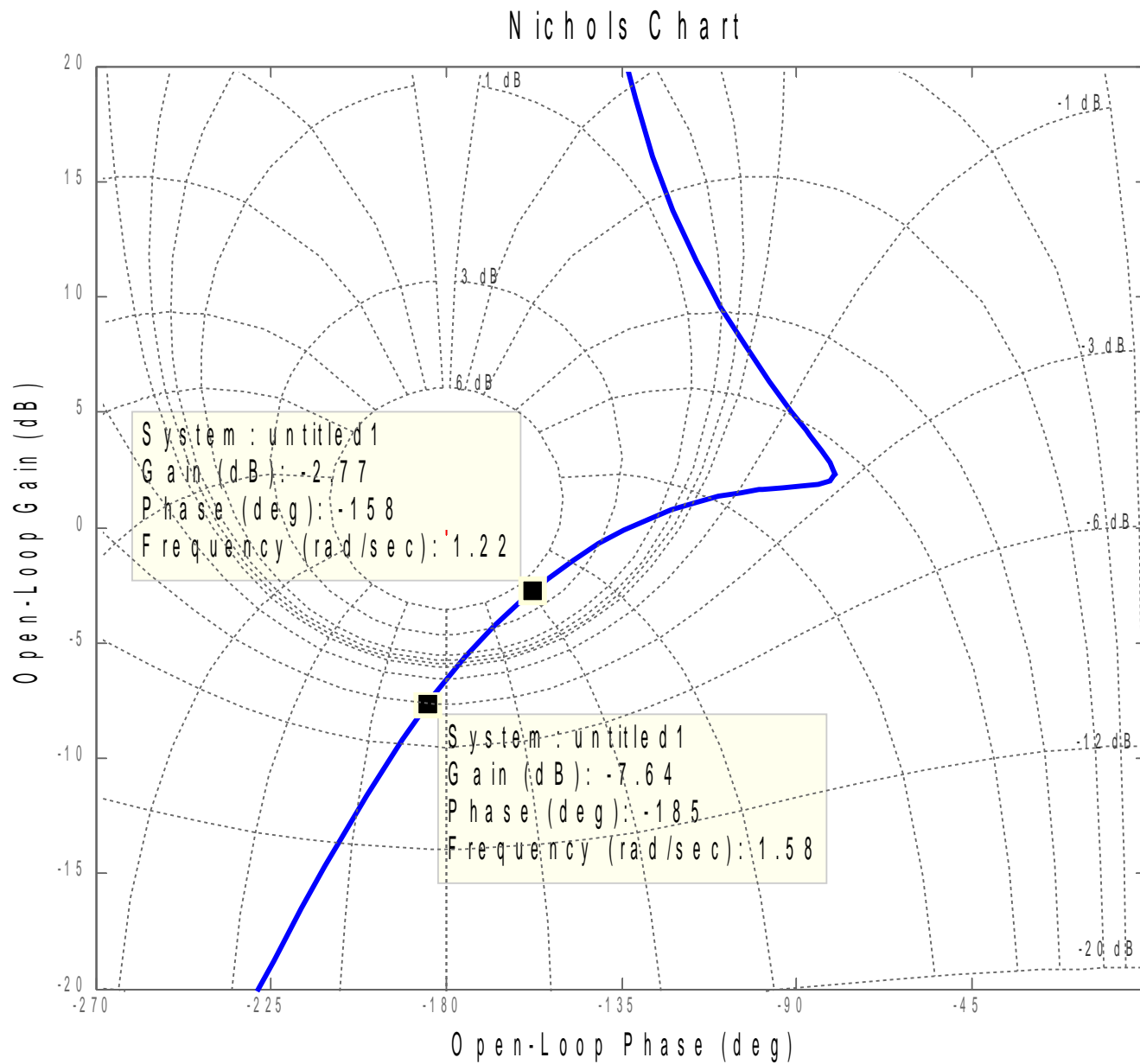
Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica



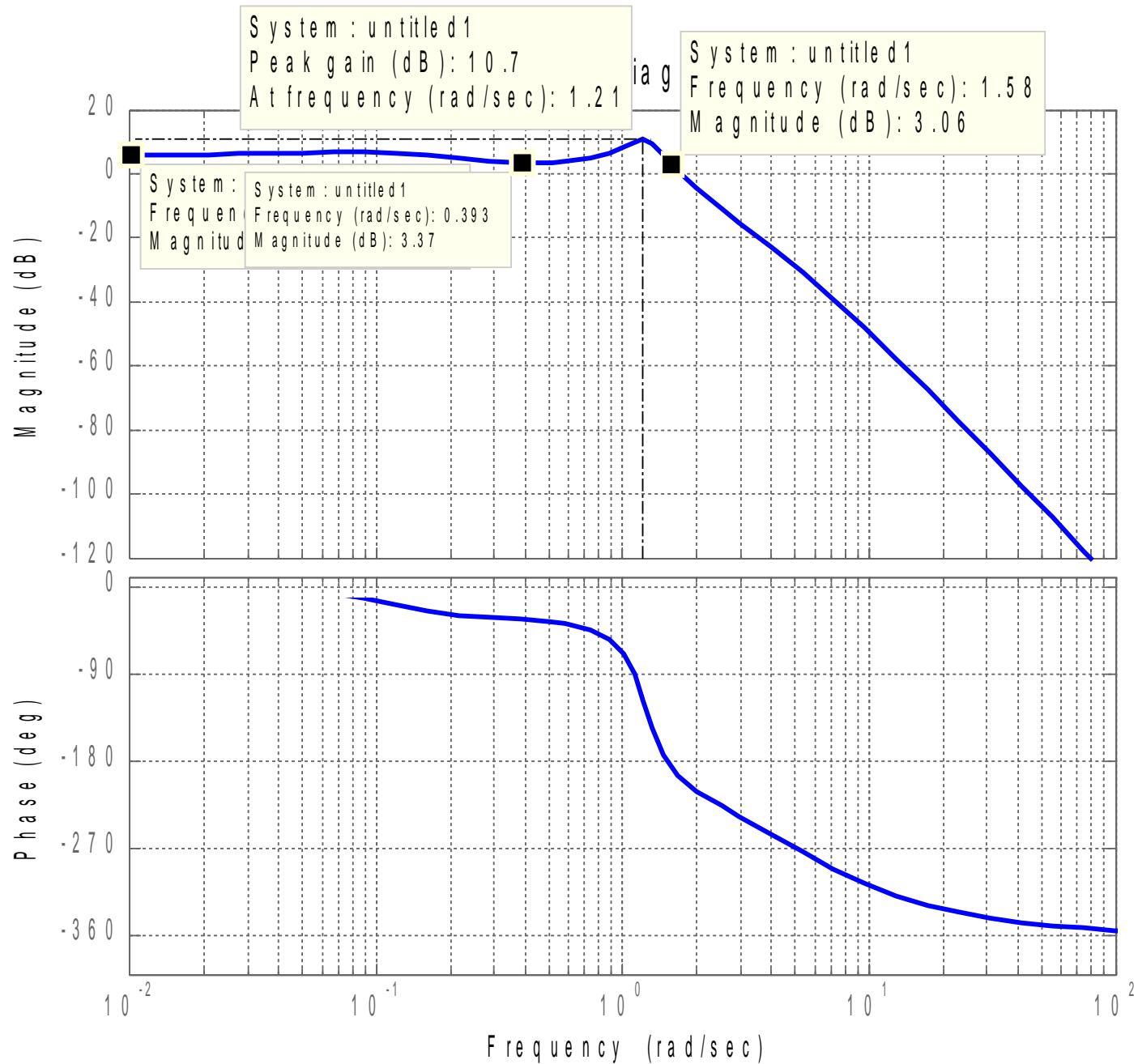
Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica



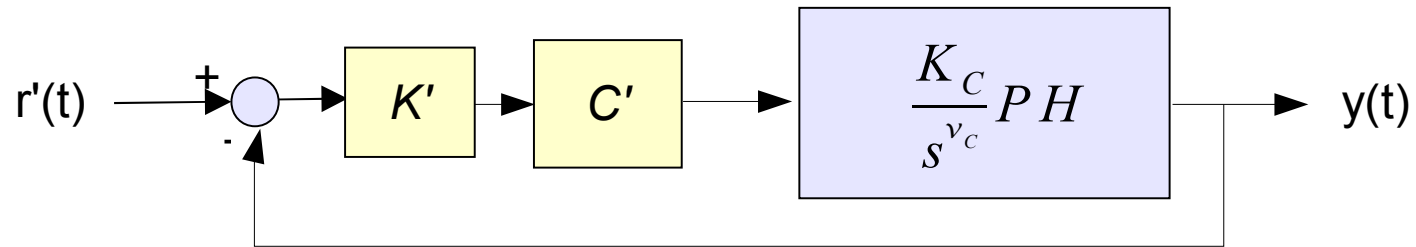
Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica



Utilizzo della Carta di Nichols per la verifica



Esempio



$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

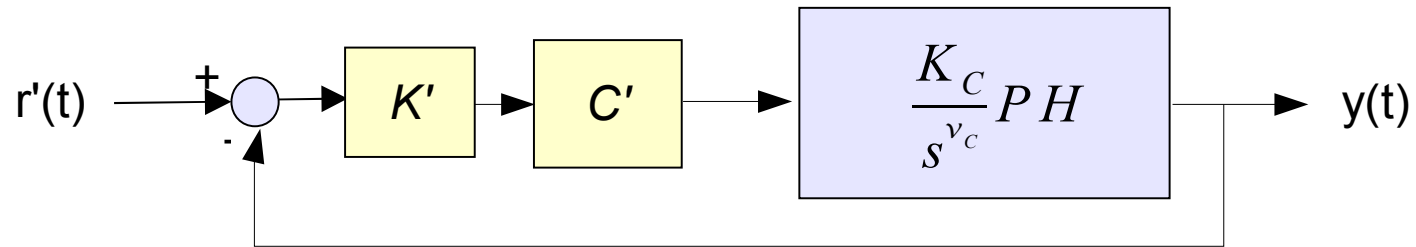
$$K_{W_r} = 0,5$$

$$|e_{\infty}(t)| = |e_{r_{\infty}}(t)|_{\delta_{-2}} + |e_{d_{\infty}}(t)|_{\delta_{-1}} \leq 0,1$$

$$t_{a_{1^{\circ}/_o}} \leq 2s$$

$$s_{o/_o} \leq 5^{\circ}/_o$$

Esempio



$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

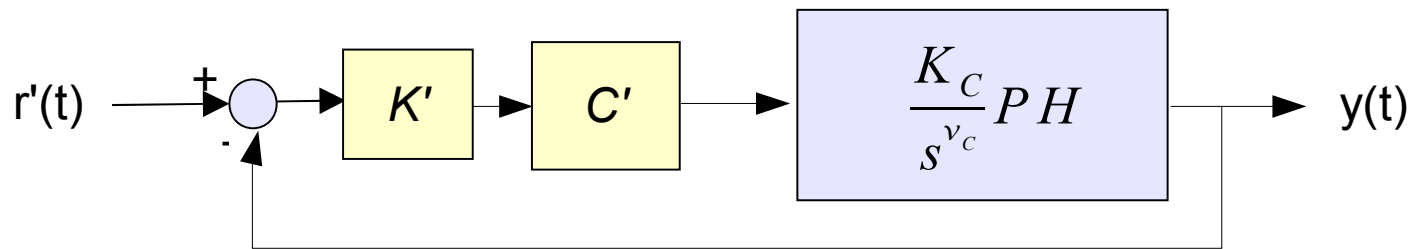
$$K_{W_r} = 0,5 \Rightarrow K_d = 0,5 \Rightarrow H = 2$$

$$|e_\infty(t)| = |e_{r_\infty}(t)|_{\delta_{-2}} + |e_{d_\infty}(t)|_{\delta_{-1}} \leq 0,1 \Rightarrow \begin{matrix} v_c = 1 \\ K_C \geq 5 \end{matrix}$$

$$s_{o/l_o} \leq 5^\circ / o \Rightarrow \xi \geq 0,7 \Rightarrow \bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\begin{aligned} t_{a_1/o} \leq 2 \Rightarrow \tau_{eq} \leq \frac{2}{5} \Rightarrow \bar{\xi} \bar{\omega}_n = 2,5 \Rightarrow \bar{\omega}_n \approx \bar{\omega}_3 \Rightarrow \bar{B}_3 \approx 0,6 \text{ Hz} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{\omega}_t \approx 2,3 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Esempio



$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$F'(s) = \frac{K_C}{s} P(s) \frac{1}{K_d} =$$

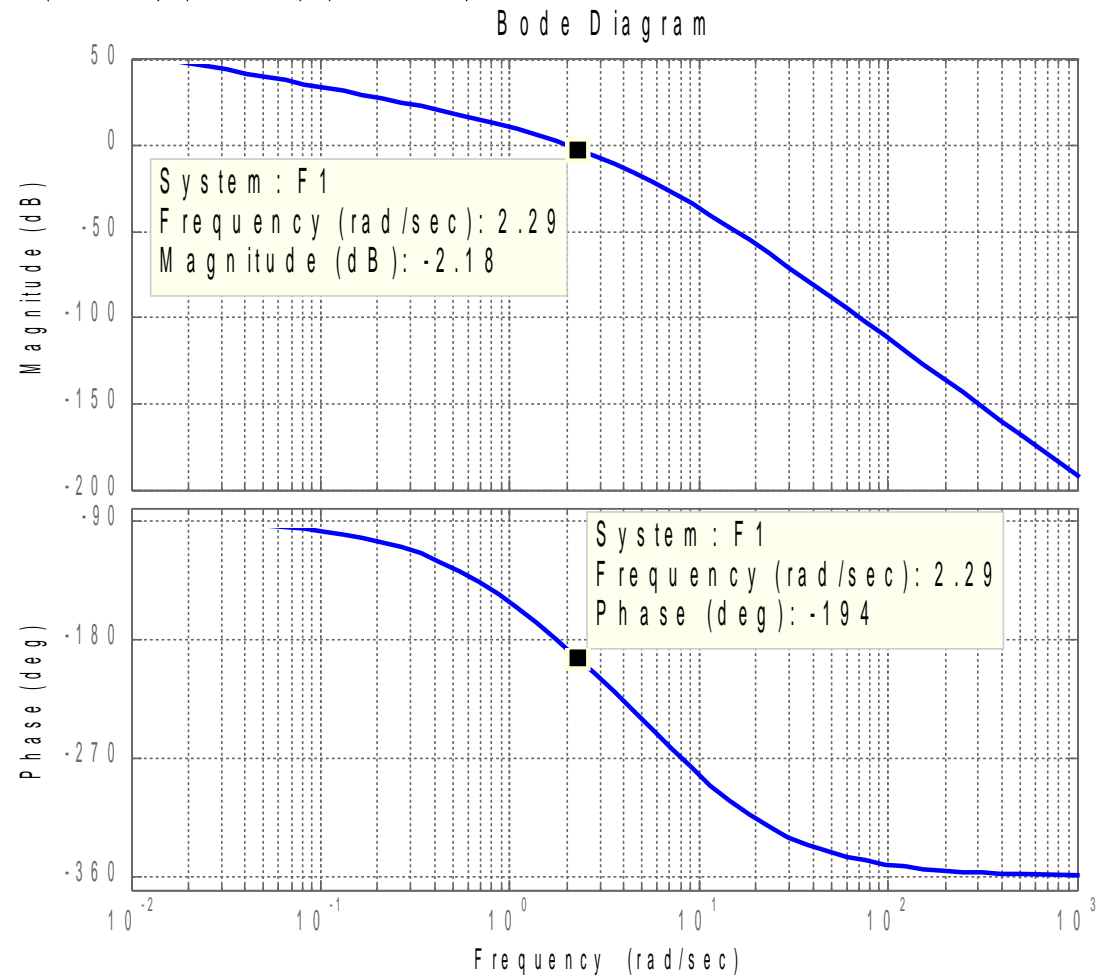
$$= \frac{250}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

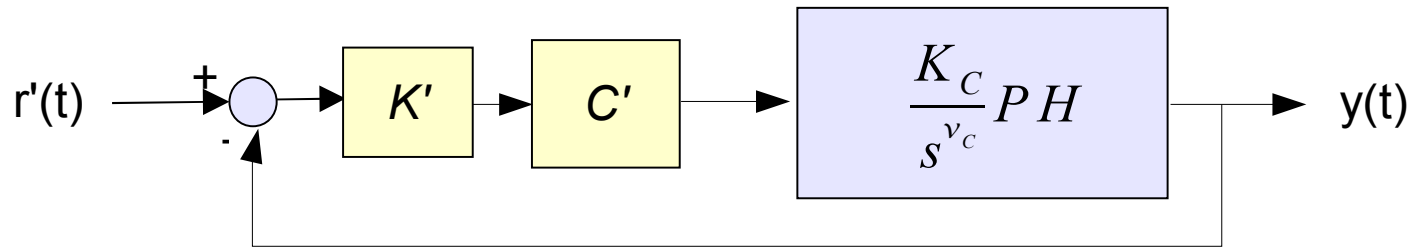
$$\bar{\omega}_t \approx 2,3 \text{ rad/s}$$

$$\Delta M = +2,3 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi = +80 \text{ deg}$$



Esempio



$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$F'(s) = \frac{K_C(s/2,3+1)}{s} P(s) \frac{1}{K_d} =$$

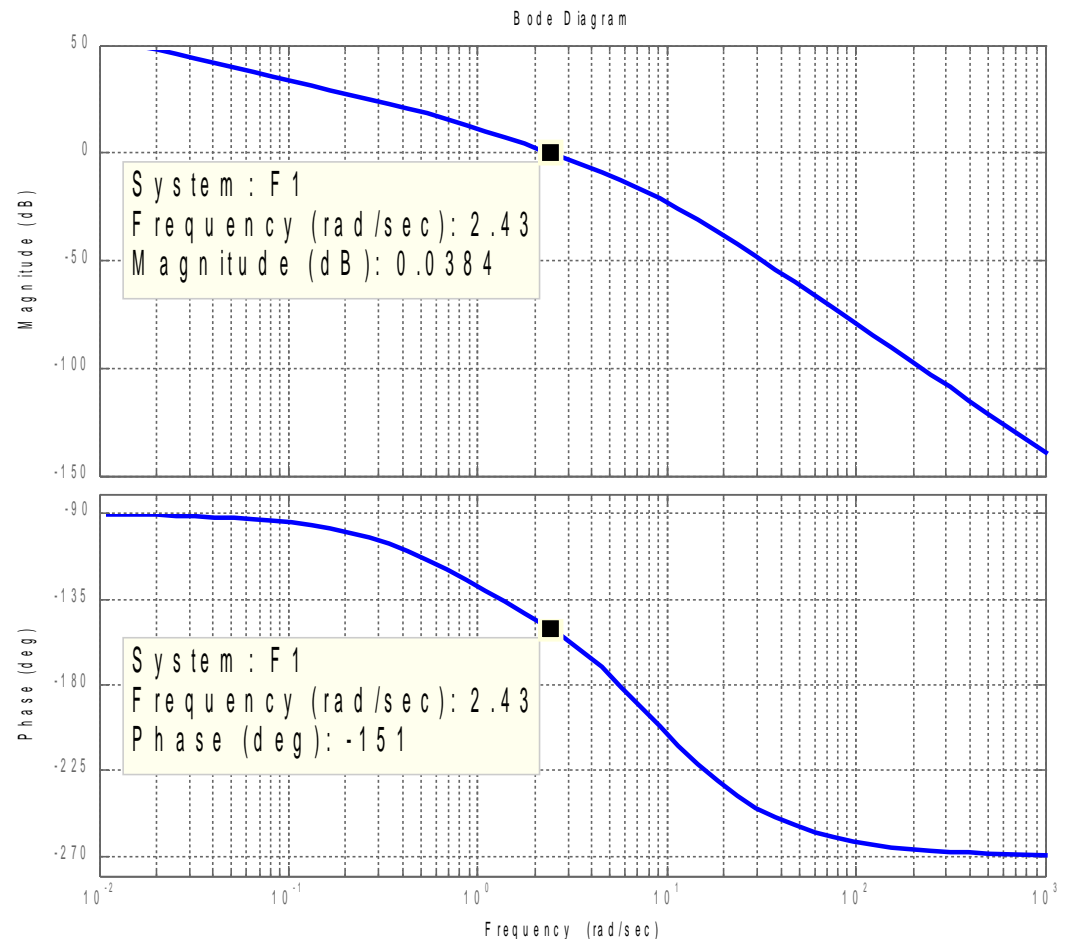
$$= \frac{250(s/2,3+1)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

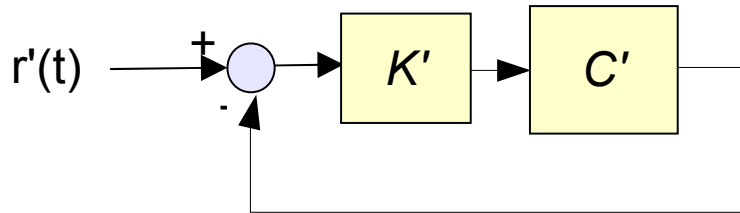
$$\bar{\omega}_t \approx 2,3 \text{ rad/s}$$

$$\Delta M \approx 0 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi = +40 \text{ deg}$$



Esempio



$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$F'(s) = \frac{K_C(s/2,3+1)}{s} P(s) \frac{1}{K_d} =$$

$$= \frac{250(s/2,3+1)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$$

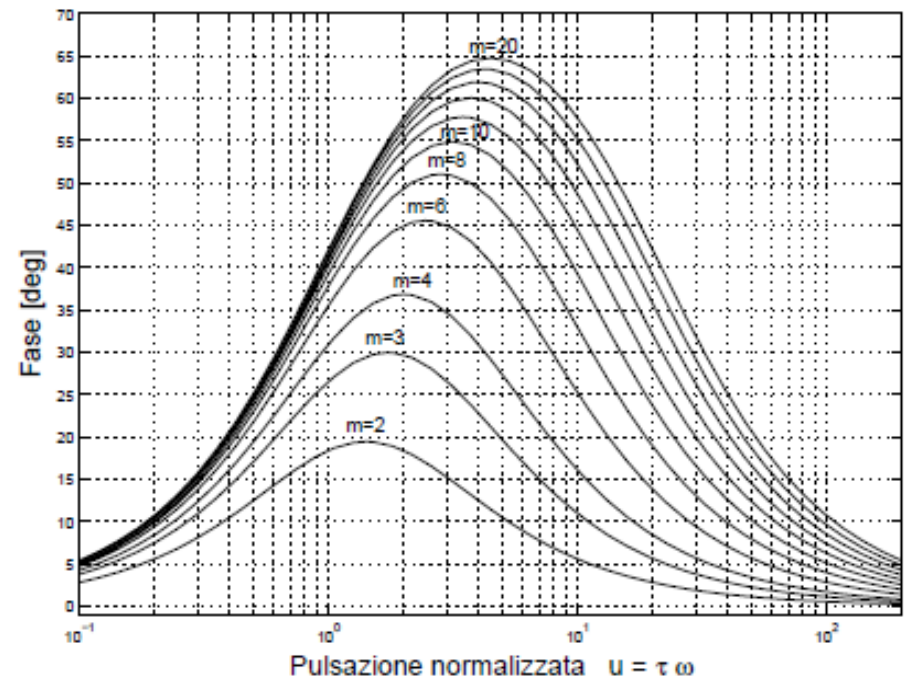
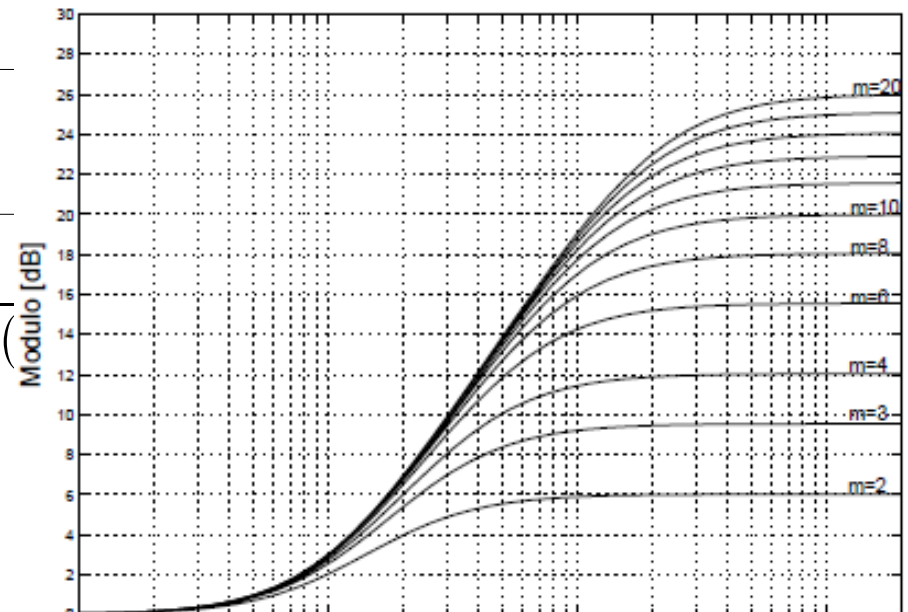
$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 2,3 \text{ rad/s}$$

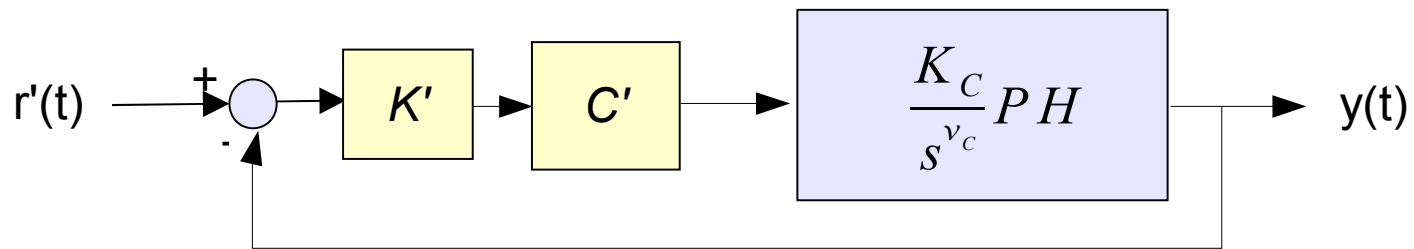
$$\Delta M \approx 0 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi = +40 \text{ deg} \quad \longrightarrow \quad \begin{matrix} u=1 \\ m=18 \end{matrix}$$

Diagramma universale $G(j\omega) = (1+j\omega)/(1+j\omega/m)$



Esempio



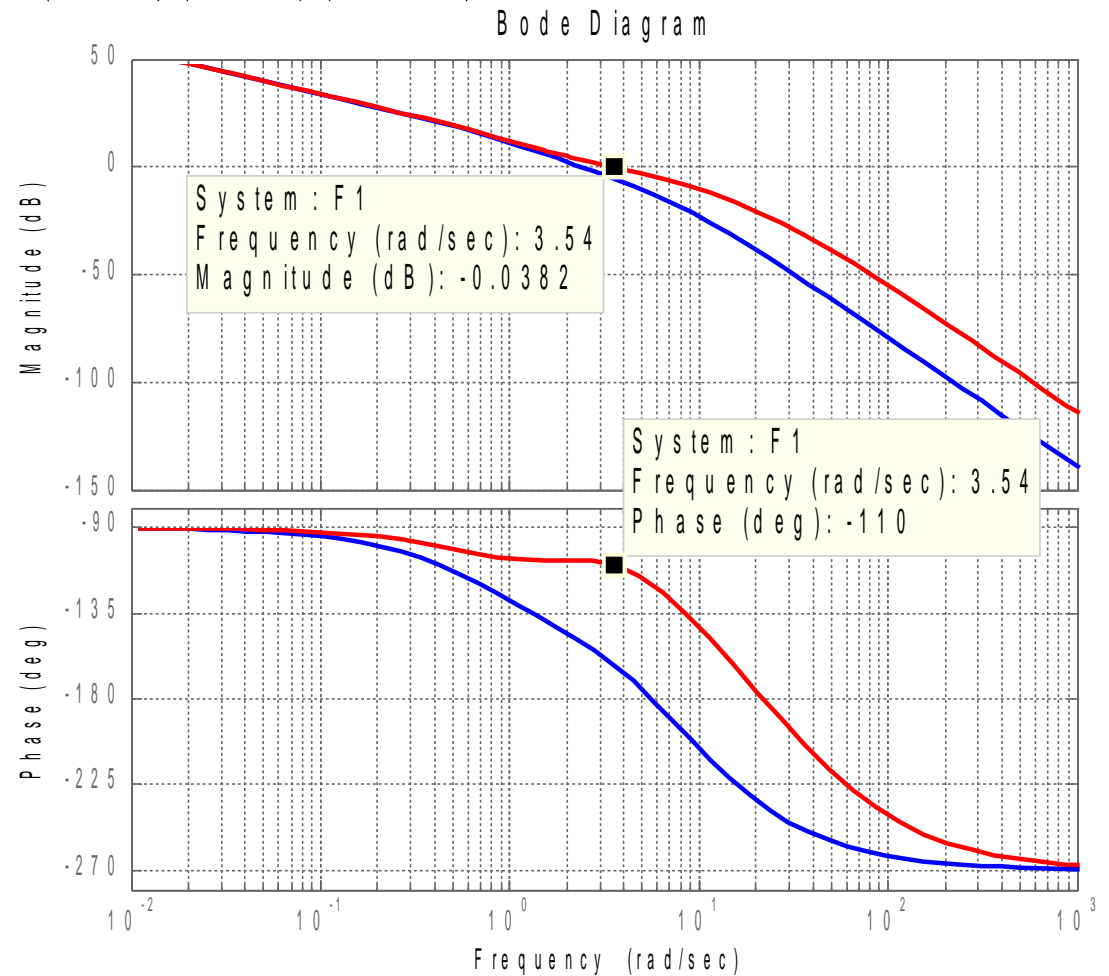
$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$C(s) = \frac{5(s/2.3 + 1)^2}{s(2/(2.3 \cdot 18) + 1)}$$

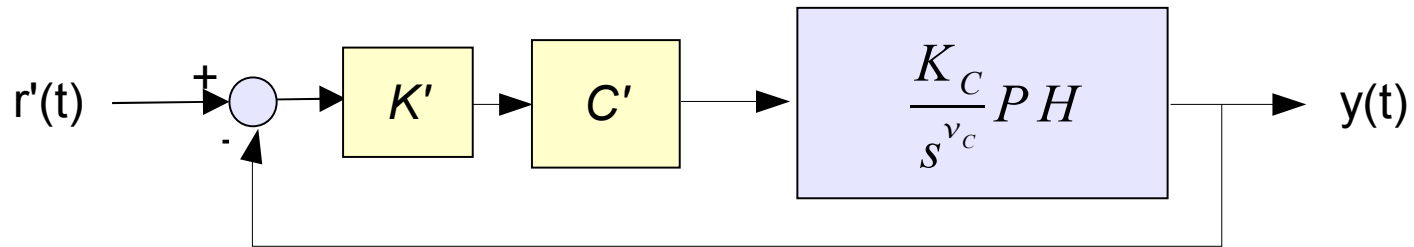
$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 2.3 \text{ rad/s}$$



Esempio



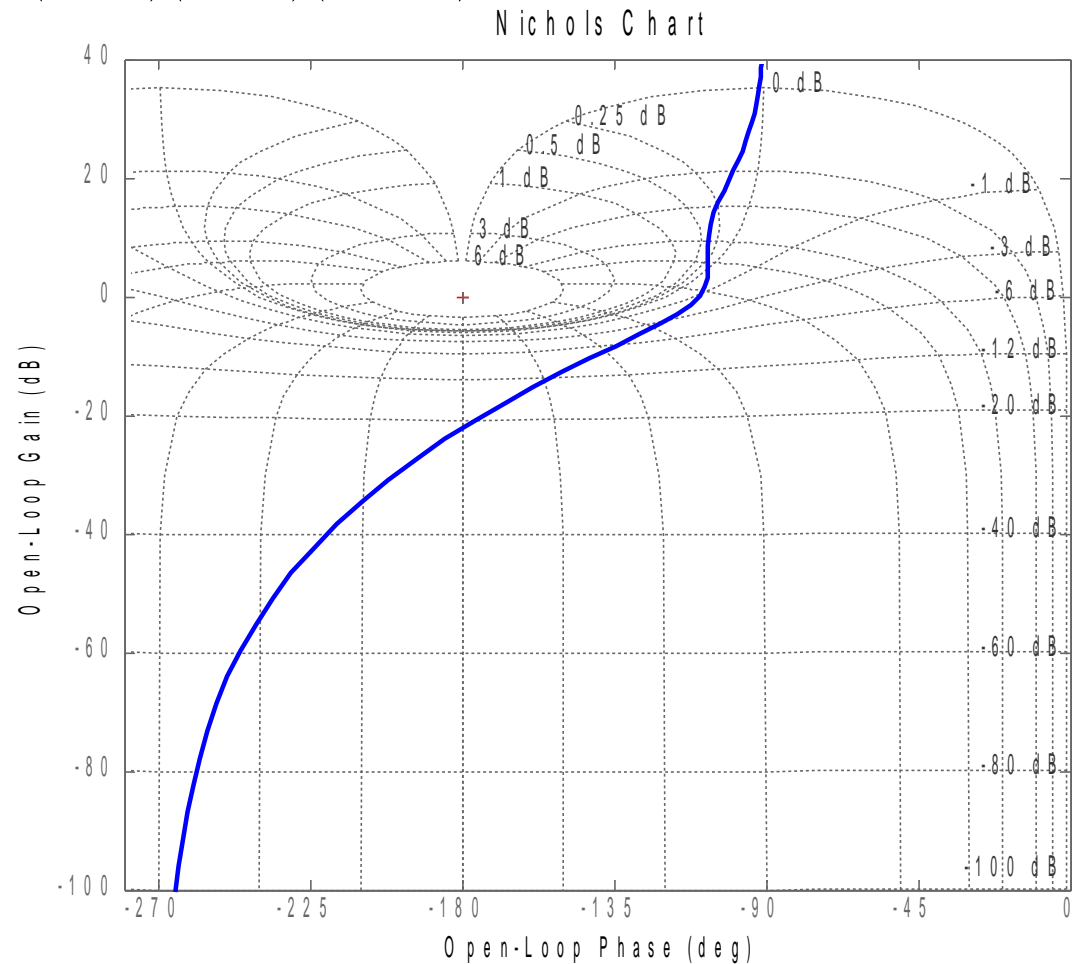
$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$C(s) = \frac{5(s/2.3 + 1)^2}{s(2/(2.3 \cdot 18) + 1)}$$

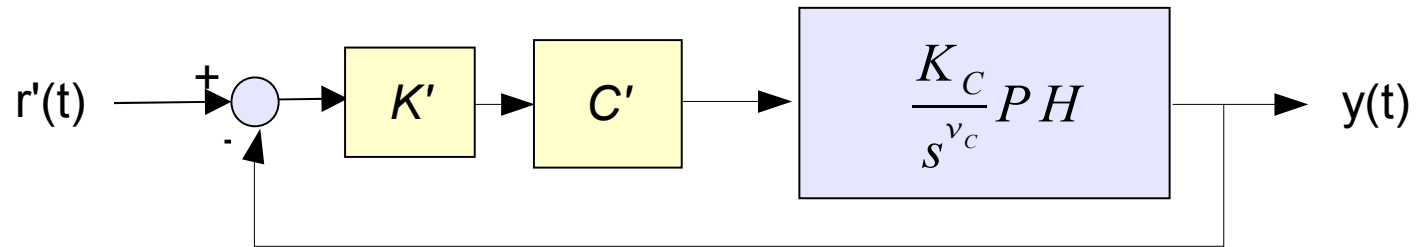
$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 2.3 \text{ rad/s}$$



Esempio



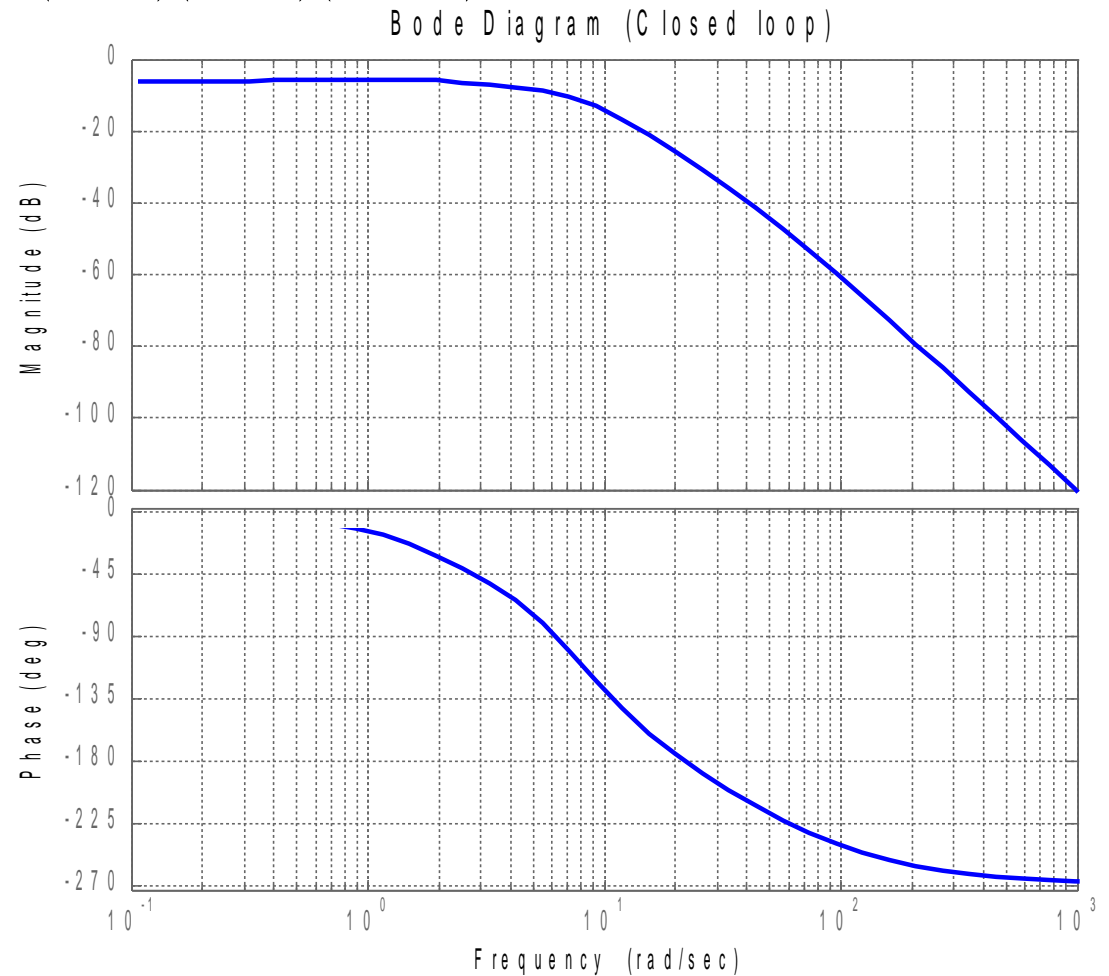
$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$C(s) = \frac{5(s/2.3 + 1)^2}{s(2/(2.3 * 18) + 1)}$$

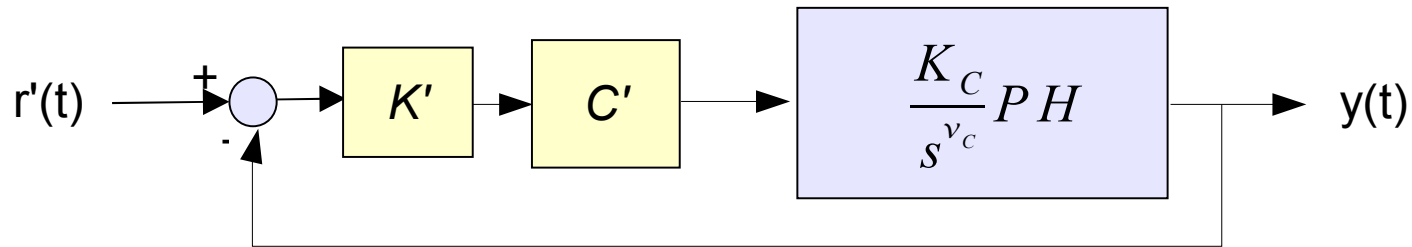
$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 2.3 \text{ rad/s}$$



Esempio



$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

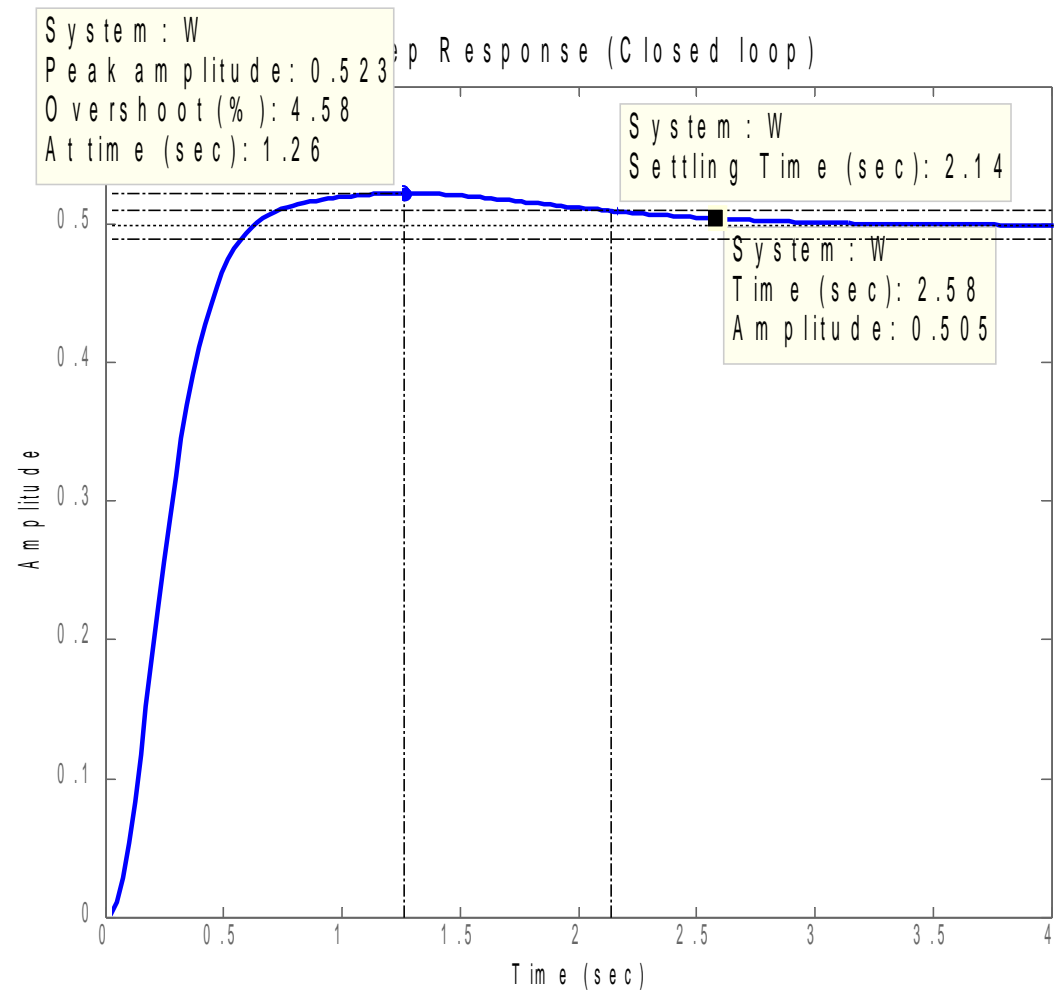
$$C(s) = \frac{5(s/2.3 + 1)^2}{s(2/(2.3 * 18) + 1)}$$

$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

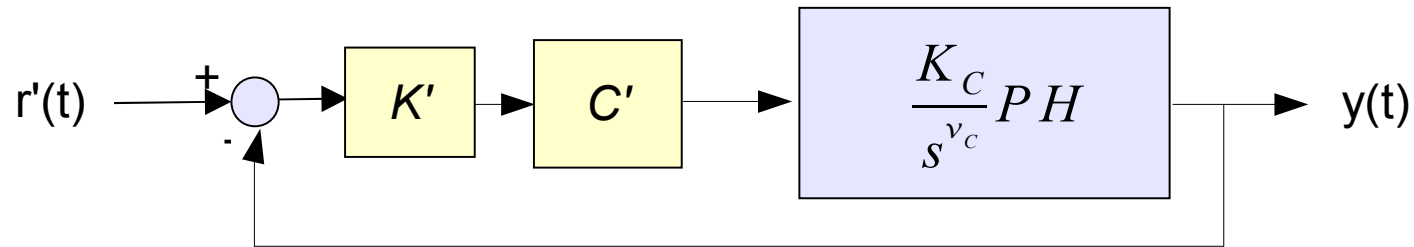
La specifica sul tempo di assestamento non è rispettata. Si può incrementare la banda passante a parità di modulo alla risonanza.

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 5 \text{ rad/s}$$



Esempio



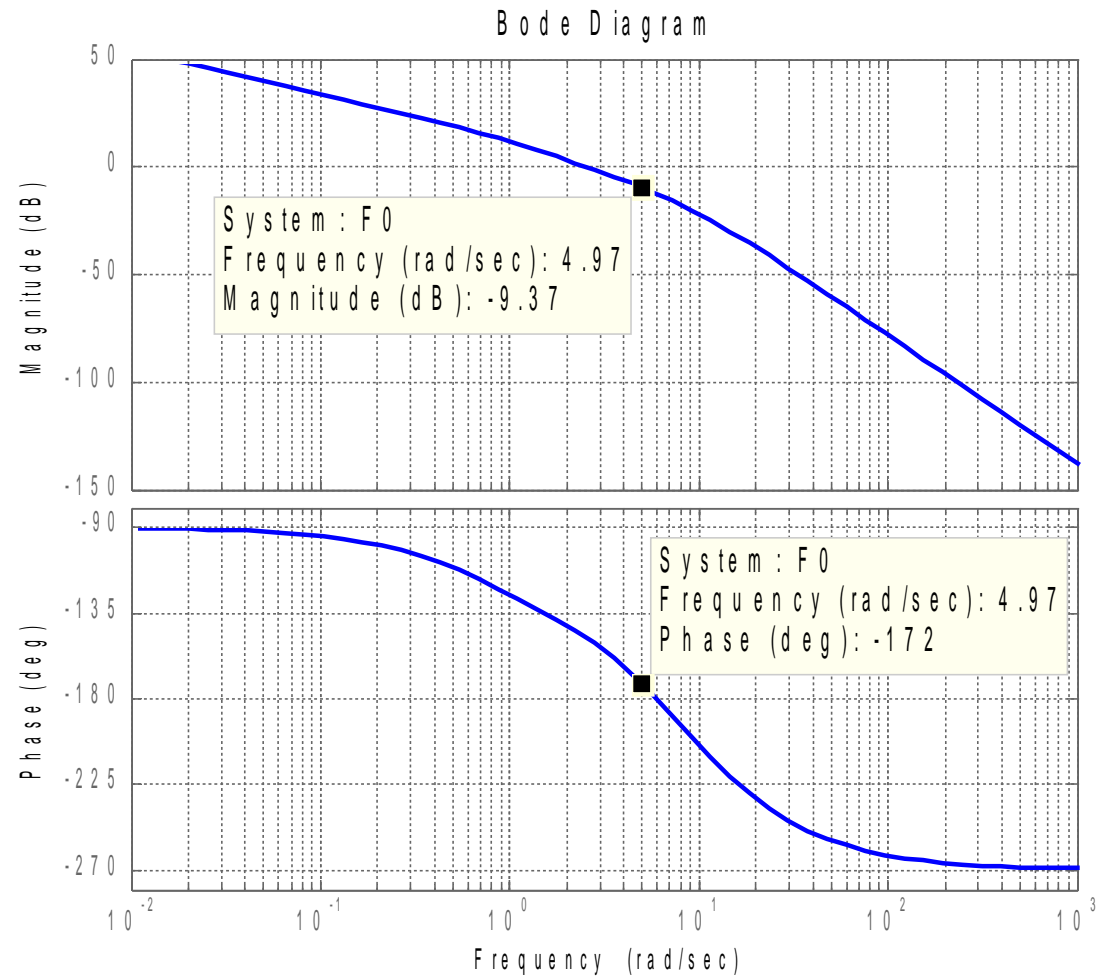
$$F'(s) = \frac{K_C(0,5s+1)}{s} P(s) \frac{1}{K_d} =$$

$$= \frac{250(0,5s+1)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$$

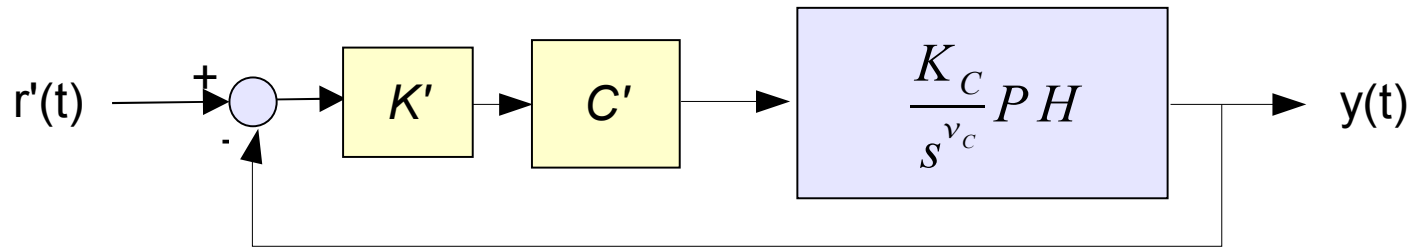
La specifica sul tempo di assestamento non è rispettata. Si può incrementare la banda passante a parità di modulo alla risonanza.

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 5 \text{ rad/s}$$



Esempio



$$F'(s) = \frac{K_C(0,5s+1)}{s} P(s) \frac{1}{K_d} =$$

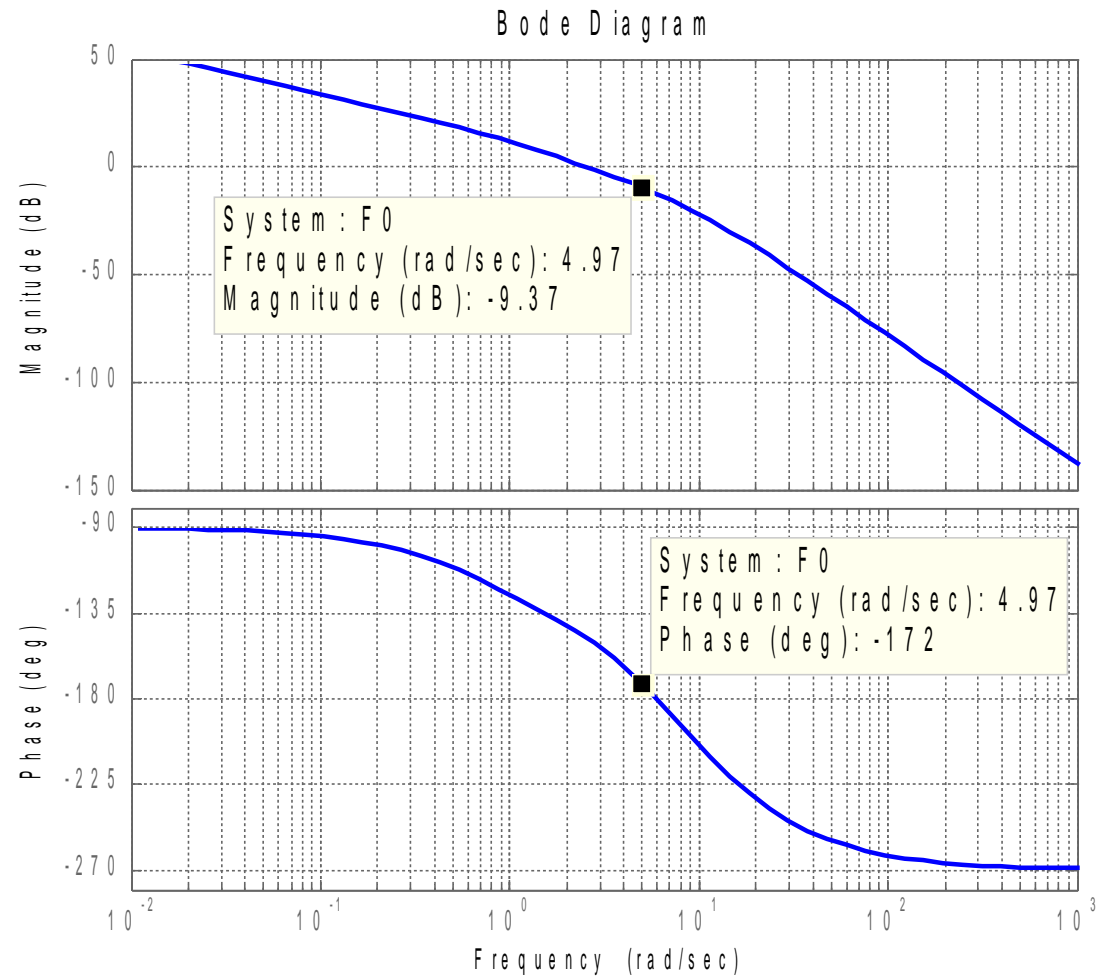
$$= \frac{250(0,5s+1)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

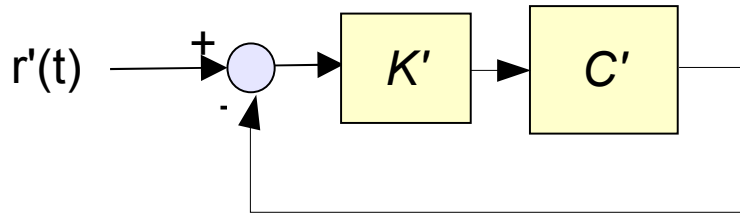
$$\bar{\omega}_t \approx 5 \text{ rad/s}$$

$$\Delta M \approx +9.4 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi = +60 \text{ deg}$$



Esempio



$$F'(s) = \frac{K_C(0,5s+1)}{s} P(s) \frac{1}{K_d} =$$

$$= \frac{250(0,5s+1)}{s(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 5 \text{ rad/s}$$

$$\Delta M \approx +9.4 \text{ dB}$$

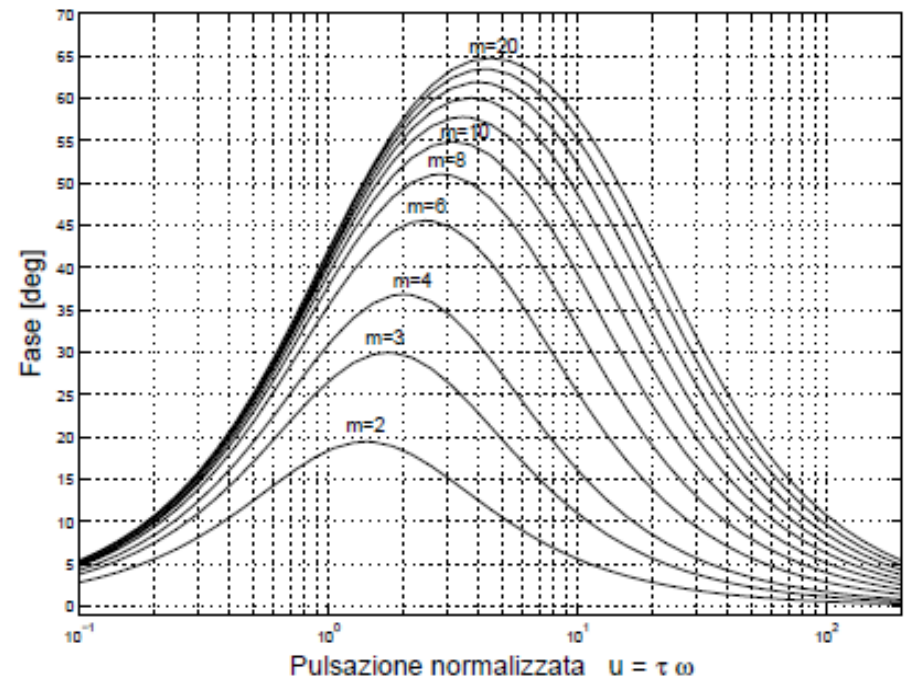
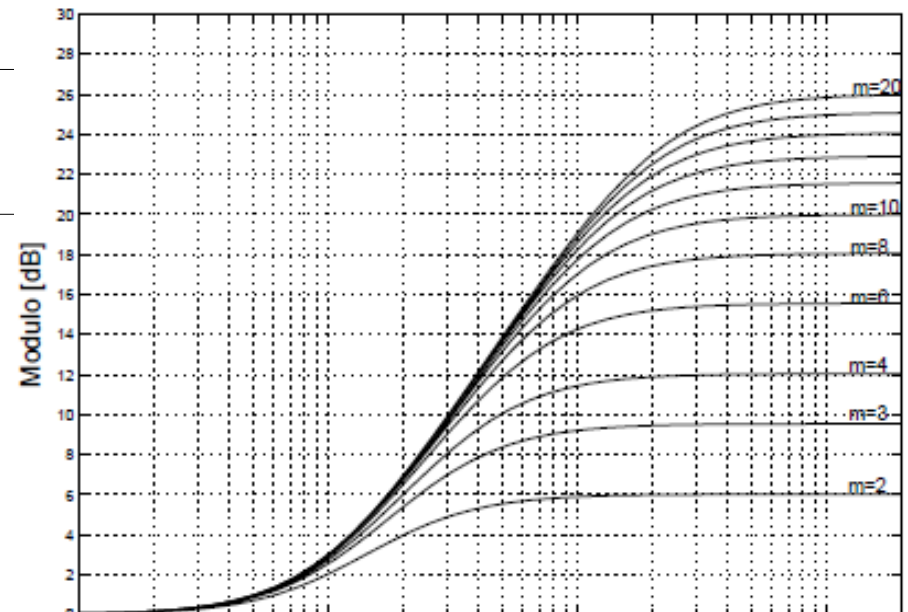
$$\Delta \varphi = +60 \text{ deg}$$



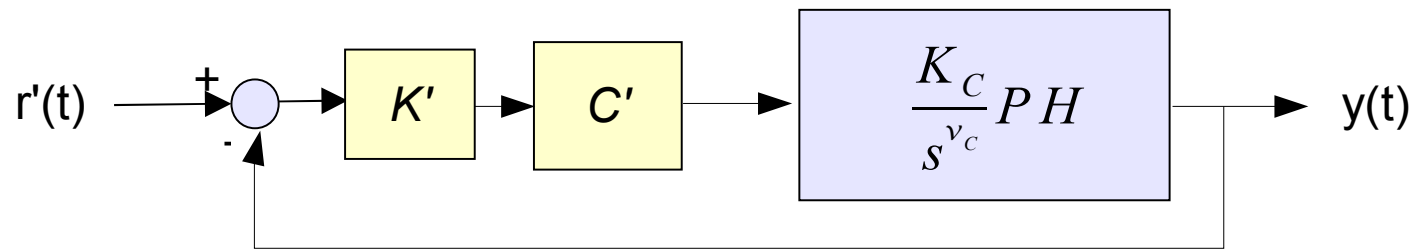
$$u = 3$$

$$m = 20$$

Diagramma universale $G(j\omega) = (1+j\omega)/(1+j\omega/m)$



Esempio



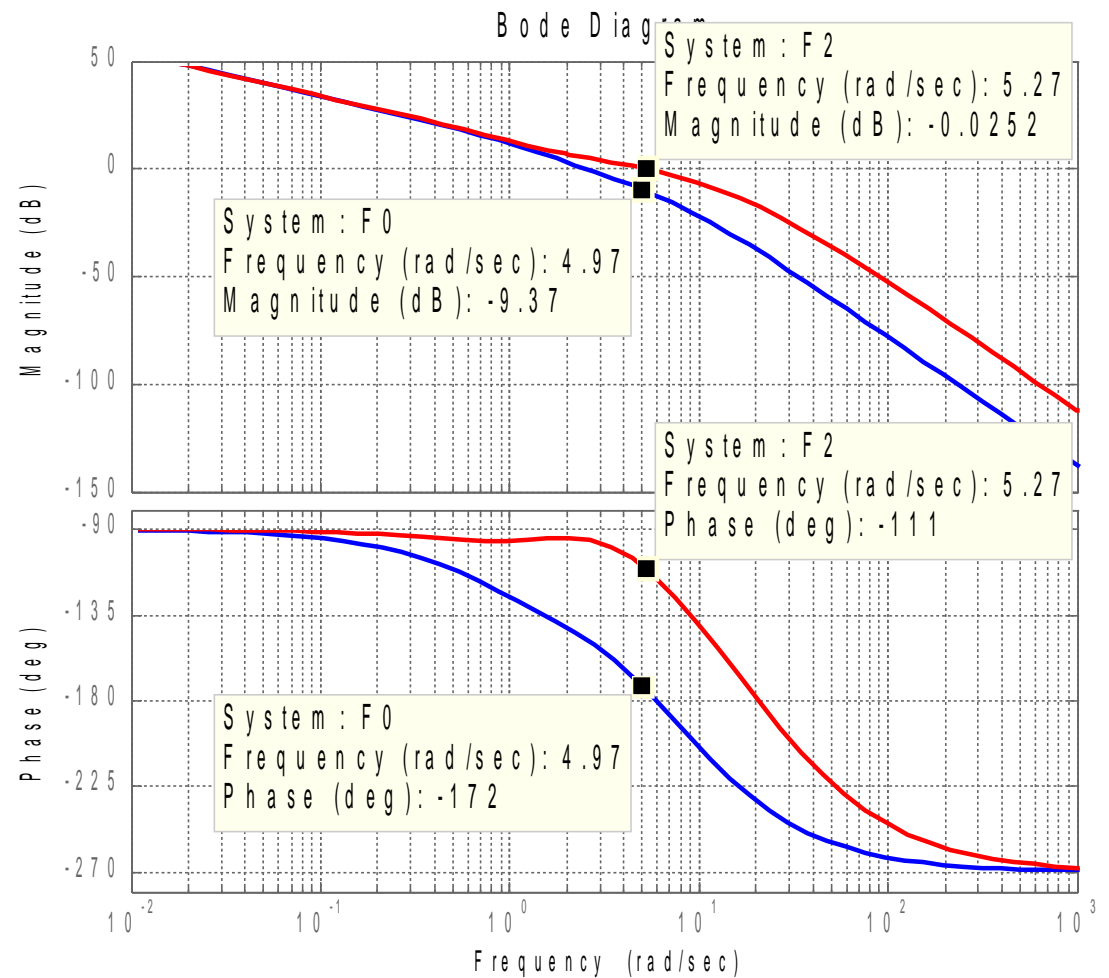
$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$C(s) = \frac{5(0,5s+1)(0,6s+1)}{s(0,03s+1)}$$

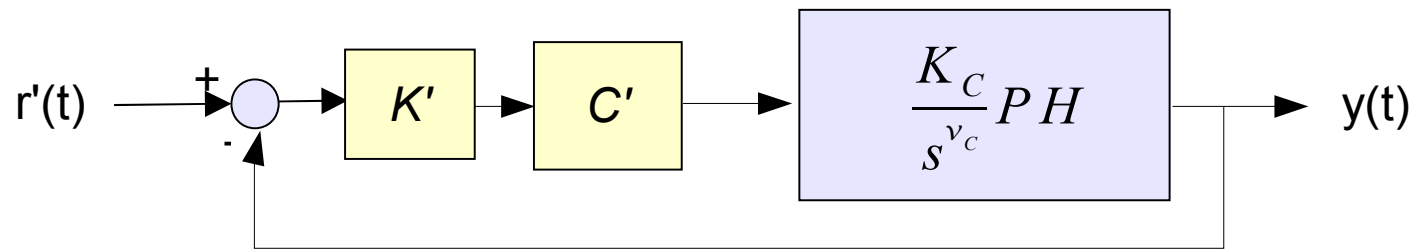
$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

$$\bar{m}_\varphi \geq 65 \text{ deg}$$

$$\bar{\omega}_t \approx 5 \text{ rad/s}$$



Esempio

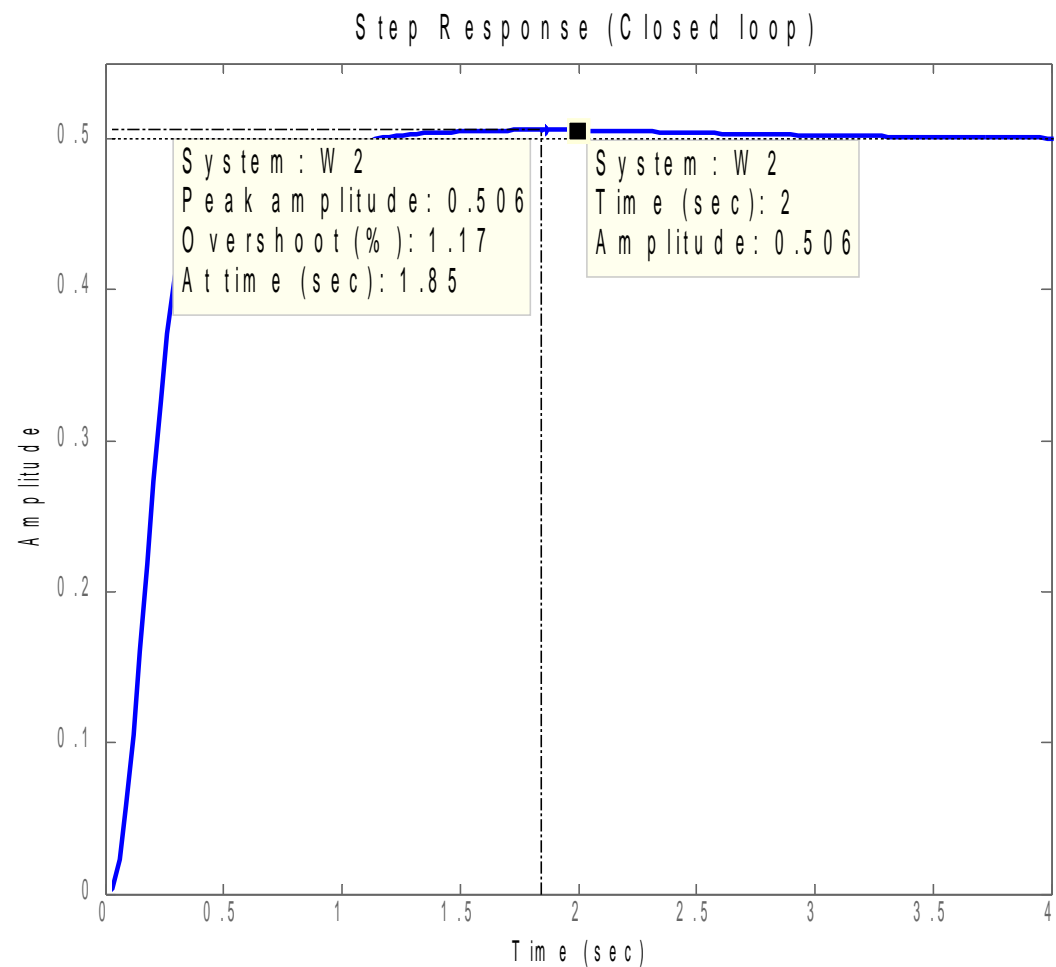


$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

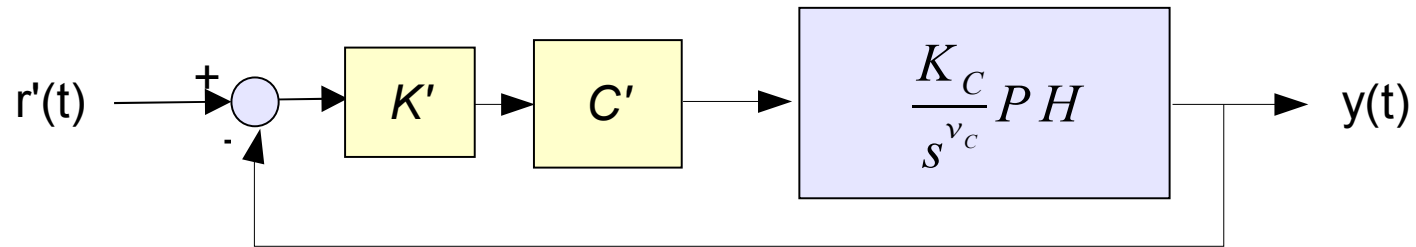
$$C(s) = \frac{5(0,5s+1)(0,6s+1)}{s(0,03s+1)}$$

$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

Il tempo di assestamento è appena superiore al desiderato ma la sovraelongazione è molto inferiore alla massima. Si può incrementare il guadagno.....



Esempio

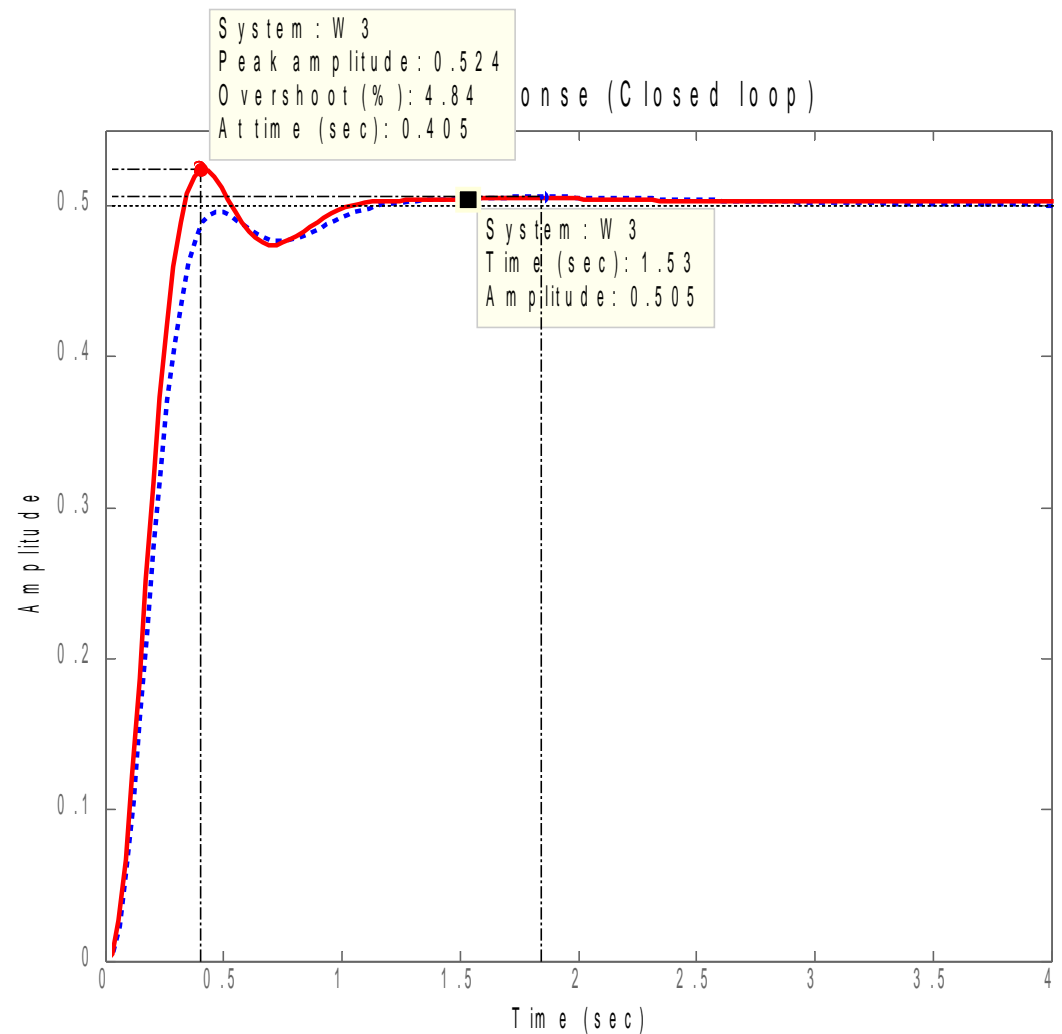


$$P(s) = \frac{25}{(s+1)(s+5)(s+10)}$$

$$C(s) = \frac{6(0,5s+1)(0,6s+1)}{s(0,03s+1)}$$

$$H = \frac{1}{K_d} = 2$$

Le specifiche sul transitorio sono rispettate



Riepilogo

- Le specifiche sul comportamento nel transitorio sono state riportate sul diagramma di Bode della funzione di trasferimento a ciclo aperto includente solo la parte di controllore che permette il rispetto delle specifiche sul comportamento a regime
- Sono state presentati i criteri generali della compensazione in frequenza al fine di rispettare le specifiche su pulsazione di attraversamento e margine di fase della funzione di trasferimento a ciclo aperto
- E stato presentato un esempio di sintesi